

内部控制系统评价的定量分析模型

王立勇

(吉林大学 商学院, 吉林 长春, 130012)

摘要:内部控制评价对于改善信息不对称状况和促进内部控制系统的建立健全有着十分重要的意义。然而,目前内部控制评价的研究工作仅停留在定性分析方面。为此,文章运用可靠性理论和数理统计知识构建内部控制系统评价的数学分析模型,利用该模型可计算程序的可靠度和系统可靠度,判断内部控制的效果。

关键词:内部控制;评价;可靠性;敏感性分析;故障率

中图分类号:F230 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-9952(2004)09-0093-10

一、问题的提出

内部控制评价发展至今已有很长的一段历史,其在美国和我国台湾地区都有明确的规定和成熟的操作手法,近年来,我国大陆也逐渐认识到内部控制评价的重要性,并积极地塑造重视、开发和研究内部控制的宏观环境。我国会计界和审计界主要借鉴美国 COSO(the Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commition)委员会的《内部控制——整体框架》报告,对适合我国的内部控制评价规范和标准加以研究,虽然取得了一定的成果,但这些研究仅停留在定性方面,内部控制的评价仍然依靠内部控制调查表、内部控制流程图等基于主观评价的方法。随着内部控制系统的日趋复杂,这些传统的评价方法已暴露出很大的局限性,其评价效果已无法令人满意。因此,我们认为有必要引入新的评价方法,以提高内部控制设计和评价的效率。

二、内部控制系统评价的数学分析模型

本文的研究目的是探讨审计师或企业管理层如何运用可靠性理论提高内部控制系统设计 and 评价的效果。为了探讨的方便,文中采用了 M 公司的订单账目(order entry)系统作为分析案例,其中包括单个程序(process)和整个

收稿日期:2004-06-09

作者简介:王立勇(1977—),男,山东烟台人,吉林大学商学院博士生。

系统的可靠性模型。M 公司是国内著名的机械产品生产企业。本文的研究大致遵循如下几个步骤。

1. 可靠性框图和结构函数

要建立订单账目系统的可靠性框图,可以参考企业的系统流程图。经过对 M 公司业务流程图的分析,我们认为公司的系统包括 7 个程序(process),从而建立可靠性框图^①,如图 1 所示。

需要说明的是,在复杂的系统中,为了说明问题的方便,我们将整个系统分成了几个衔接的模块,如图 1 中,销售订单账目系统被分成了 3 个模块,分别标号 1、2、3。

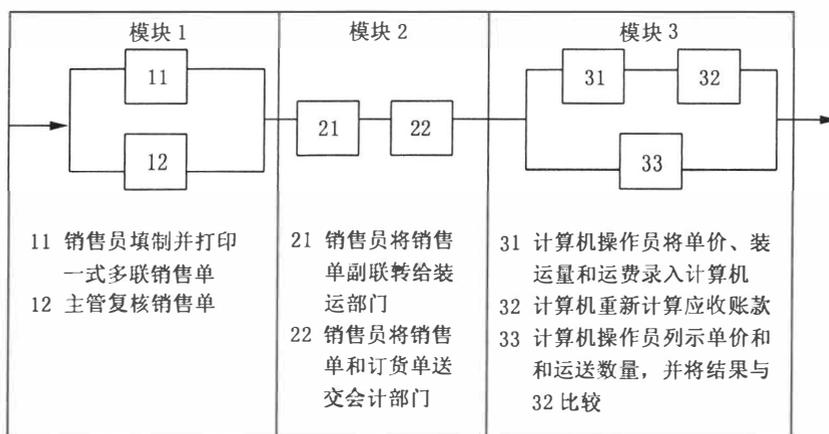


图 1 订单账目系统的可靠性框图

根据可靠性模型的假设,每个程序 X_i 是独立的二元随机变量,且满足:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{程序被正确执行} \\ 0 & \text{程序被错误执行} \end{cases} \quad (1)$$

由此得到系统的结构函数 $\phi(X)$,根据可靠性理论,系统的结构函数可由各个部分(模块)结构函数组成,为此,我们首先给出 3 个模块的结构函数:

$$\phi_1(X) = 1 - (1 - X_{11})(1 - X_{12}) \quad (2)$$

$$\phi_2(X) = X_{21} X_{22} \quad (3)$$

$$\phi_3(X) = 1 - (1 - X_{31} X_{32})(1 - X_{33}) \quad (4)$$

因为图中 3 个模块是串联结构(即所有模块全部正确,系统才正确),从而系统的结构函数为:

$$\phi(X) = \prod_{k=1}^3 \phi_k(X) \quad (5)$$

2. 可靠性模型

根据一般的数理统计知识,我们假设每个程序的故障率是恒定的,即假设

程序寿命服从指数分布,其分布函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{其中, } \lambda > 0 \quad (6)$$

按照数理统计相关理论,我们采用 FS 检验。构造统计量如下:

$$S_n = \sum_{i=1}^n |\Gamma_i| \quad (7)$$

$$\Gamma_i = \max\left[\frac{i}{n} - F(X_i), F(X_i) - \frac{i-1}{n}\right] \quad (8)$$

$$F(X_i) = 1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda}} \quad (9)$$

(1) 样本数据选取的方法

首先将公司的销售单编号,然后随机抽选一定的样本,再查询记录文件 (documents),直到发现第一个故障(差错),并继续查询,直到第二个故障的出现。根据期间所查销售单的数量和每个销售单处理的时间,就可以得到上述统计量 X_i 的一个样本。以此类推,可以根据需要选取大量样本。表 1 列出了 FS 检验结果:

表 1 恒定故障率的 FS 检验

X_i (hours)	$X_{(i)}$	$F(X_{(i)})$	Γ_i
18.1	1.4	0.136	0.136
9.2	3.0	0.269	0.131
3.0	9.2	0.609	0.209
16.5	16.5	0.821	0.221
1.4	18.1	0.847	0.153
			$S_5 = 0.850$

注: $X_{(i)}$ 是排序后的寿命数据。

需要说明的是,在实际应用中我们应该对所有的程序进行指数分布检验,但本文为了分析问题的需要,只是对部分程序进行检验。一般来讲,根据数理统计知识,假设产品寿命服从指数分布通常是合理的。

(2) 对检验结果的解释

给定 $\alpha = 5\%$ 的显著性水平,查表得临界值为 1.32,因为 $S_5 = 0.850 < 1.32$,从而接受原假设,即认为程序寿命服从指数分布,故障率恒定。

根据可靠性理论,各个程序的可靠性模型为:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F_T(t) \quad (10)$$

其中, T 是随机变量,表示程序寿命。 $F_T(t)$ 是 T 的分布函数。根据上面的假设和检验, T 服从指数分布,于是有:

$$F_T(t) = \int_0^t f_T(t) dt = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t} \quad (11)$$

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (12)$$

其中, $1/\lambda$ 表示平均寿命, λ 是程序的恒定故障率。

然后根据各程序之间的逻辑关系(并联、串联等),求出系统的可靠性模型。其中,串联模型的数学表达式为:

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) \quad (13)$$

并联系统的数学模型形式为:

$$R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t)) \quad (14)$$

本文中,订单账目系统各程序的逻辑关系只有串联和并联两种类型,根据其数学模型,可以得到整个系统的可靠性模型。另外,我们可以借鉴对各程序可靠性模型的分析直接建立系统的可靠性模型,只需求出系统的故障率即可,具体方法如下:

根据 M 公司的销售部门的数据,其平均每 8 个小时会收到 5~20 个订单,即每小时平均有 2 个。每个订单在程序 11 中的处理时间为 5 分钟。根据数理统计知识,单位时间订单数 X 服从泊松分布,根据泊松分布的性质有 $E(x) = \lambda$ 。对于 M 公司, $\lambda = 2$ 。

假设每个程序正确执行的概率是 p_i ,则图 1 所示的各个模块正确执行的概率分别为:

$$\phi_1(p) = 1 - (1 - p_{11})(1 - p_{12}) \quad (15)$$

$$\phi_2(p) = p_{21} p_{22} \quad (16)$$

$$\phi_3(p) = 1 - (1 - p_{31} p_{32})(1 - p_{33}) \quad (17)$$

则系统被正确执行的概率满足:

$$\phi(p) = \prod_{k=1}^3 \phi_k(p) \quad (18)$$

从而,系统的故障率为:

$$\lambda[1 - \phi(p)] \quad (19)$$

系统可靠性模型为:

$$R(t) = e^{-\lambda[1 - \phi(p)]t} \quad (20)$$

对于 p_i 的估计可以利用公式 $p_i = (n_i - r_i) / n_i$,其中, n_i 是指样本量, r_i 是指故障数。

关于本文中的 M 的相关数据的计算见表 2。

表 2 M 公司各程序可靠性计算表

程序 i	样本量 n_i	故障数 r_i	程序可靠性 p_i
11	300	1	0.997
12	NA ^②	NA	0.950
21	300	1	0.997
22	300	1	0.997
31	160	1	0.994
32	NA	NA	1.000
33	252	1	0.996

根据现有数据,得到 $[1-\phi(p)]\approx 0.006$,此时,系统可靠性为 $(\lambda=2)$:

$$R(t) = e^{-0.012t} \quad (21)$$

3. 敏感性分析

系统中,每个程序故障对整个系统故障的贡献大小是不同的。这种影响大小用重要度表示。在此,我们采用结构重要度和可靠性重要度进行分析。

(1) 结构重要度分析

直观上讲,我们会认为程序 11(销售员填制打印销售单)会比程序 22(把销售单转送会计部门)重要,但分析可靠性框图后,我们所得的结论会截然相反,因为程序 11 有多余的控制程序 12,而程序 22 却没有。对各个程序的结构重要性进行定量分析的模型如下:

$$n_{\phi}(i) = \sum_{\{x|x_i=1\}} [\phi(1_i, x) - \phi(0_i, x)] \quad (22)$$

在上式中, $\phi(1_i, x)$ 表示当程序 i 执行无误时系统结构函数的值; $\phi(0_i, x)$ 表示当程序 i 出现故障时系统的结构函数值。其中,

$$(1_i, x) = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

$$(0_i, x) = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

以实例说明结构重要度的计算,表 3 列示了程序 31 的结构重要度。

经过计算, $n_{\phi}(31)=1, n_{\phi}(32)=1, n_{\phi}(33)=3$ 。

根据结构重要度分析得知,如果我们要提高模块 3 的可靠度,应该重点改善程序 33(计算机操作员列示单价和运送数量,并将结果与 32 比较)。

表 3 程序 22 的结构重要度计算

当 $X_{31}=1$ 时, $\phi_{31}(X_{31}, X_{32}, X_{33})$ 的可能取值	$[\phi(1_{31}, x) - \phi(0_{31}, x)]$
(1, 0, 0)	0-0=0
(1, 1, 0)	1-0=1
(1, 0, 1)	1-1=0
(1, 1, 1)	1-1=0
	$n_{\phi}(31)=1$

对整个销售单账目系统来讲,共有 7 个程序,每个程序有 $2^6=64$ 次运算,总运算量为 $64 \times 7=448$ 次,对于这样的大量运算可以用 VC++6.0 等编程实现。

表 4 结构可靠性计算表

程序 i	程序可靠度 p_i	结构重要度 $n_{\phi}(i)$	顺序
11	0.997	5	3
12	0.950	5	3
21	0.997	15	1
22	0.997	15	1
31	0.994	3	4
32	1.000	3	4
33	0.996	6	2

(2) 可靠性重要度分析

$$\text{可靠性重要度定义为: } I_h(i) = \frac{\partial R_s}{\partial R_i} = \frac{\partial \phi(p)}{\partial p_i} \quad (23)$$

或者写成:

$$I_h(i) = \phi(1_i, p) - \phi(0_i, p) \quad (24)$$

$$0 \leq I_h(i) \leq 1 \quad (25)$$

可靠性重要度计算方法可借鉴结构重要度的计算方法,其计算结果略。

4. 对模型结果的考虑

从上述模型结果中我们可以看到,模块 2 中的 2 个程序(21,22)都具有较高的结构重要度和可靠性重要度,可见这是系统中非常关键的程序,是我们提高系统可靠度时重点改善的环节。

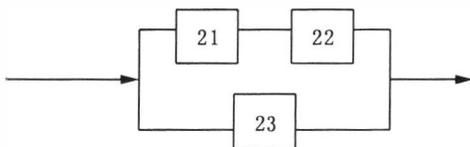


图 2 改进后的模块 2 可靠性框图

所以 M 公司为了建立健全其内部控制系统,特别是订单账目系统,可以提高重要度较高的程序正确执行的可靠度,如在模块 2 中增加程序 21、22 的多余控制;在实际复杂的控制系统中,企业还可以取消重要度相对较低的程序,因为这些程序的取消不会对系统的可靠性产生重大影响,反而会节省成本。

其中,程序 23 是指计算机操作员清点提前编号的销售单。

改进后模块 2 的结构函数为:

$$\phi_2(X) = 1 - (1 - X_{21} X_{22})(1 - X_{23}) \quad (26)$$

另外,可靠性重要度 $I_h(i)$ 可以用来确定单个程序可靠性的改进能够在多大程度上引起系统可靠度的改善,其计算公式为:

$$\Delta h = \sum_{i=1}^n I_h(i) \Delta p_i \quad (27)$$

上式中, Δh 是指系统可靠性的改善; Δp_i 指程序 i 的可靠性的改善。

改进后的系统可以重新计算其可靠度和重要度指标,一方面可以清楚地看出改进后对系统可靠度的影响;另一方面,通过重要度指标寻找下一步需要改进的工作重点所在。

重要度分析的另一个重要的用处在于能够根据各程序的重要度分配评价样本量,即在评价时可以把大部分精力放在重要度相对高的程序上,这样可以提高评价工作的效率和效果。

5. 对成本的考虑

在以上的分析中,我们没有考虑成本的影响。由于在本文实例中,模块 2

的改进只是增加了计算机操作员的工作时间(相对较短),在操作员时间充裕的情况下,增加的成本很小,不影响以上结论。但作为一种有效的内部控制评价方法,必须分析各个活动相应的成本支出,这才符合成本—效益原则。

(1)分析各个程序可靠度的同时应考虑控制措施的成本

在企业内部控制系统中,有些控制程序是针对预防一种错误而设计的,有些内部控制程序同时可以预防多种错弊。反之,有些错弊只需一个控制程序来预防,而有些错弊同时需要多个控制措施才能有效预防。从模型的角度出发,最简单的情况是只有一个控制程序,只用来预防一种错弊。在此,为了说明问题的方便,我们以相对简单的两种情况为例说明成本的考虑问题,对于复杂的系统其成本计算的道理是一样的,限于篇幅,本文不一一分析。

图3是企业最简单情况的可靠性框图:

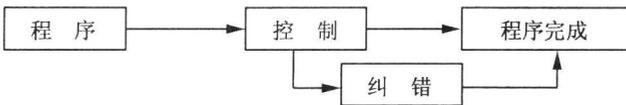


图3 “单一控制——单一错弊”的可靠性框图

在分析之前,首先做如下假设:

- 1) p —未执行控制措施之前程序正确执行的概率
- 2) $P(e)$ —在存在错弊的前提下,控制步骤发现错弊的概率
- 3) $P(s)$ —在无错弊的前提下,控制未发现错弊的概率
- 4) $P(c)$ —存在且发现错弊的前提下,控制纠错的概率
- 5) $P(d)$ —不存在错弊的前提下,控制措施发现错弊但未能纠错的概率
- 6) C_c —每次执行控制程序的成本
- 7) C_s —控制发现错弊后,检查错弊是否存在并纠错的成本
- 8) C_e —未纠错的平均成本

根据假设,可以得到程序的可靠度的表达式为:

$$R = pP(s) + p(1 - P(s))P(d) + (1 - p)P(e)P(c) \quad (28)$$

由于控制程序引起的可靠性改善程度为:

$$\Delta R = R - p \quad (29)$$

下面分析控制程序引起的成本变化,根据假设知,不执行控制程序情况下的成本为:

$$C_t = (1 - p)C_e \quad (30)$$

而控制程序执行时的总成本为:

$$C_t' = C_c + (1 - R)C_e + [p(1 - P(s)) + (1 - p)P(e)]C_s \quad (31)$$

成本变化为:

$$\Delta C = C_t' - C_t \quad (32)$$

企业对内部控制程序的判断应从可靠性和成本两方面综合考虑。具体地还要根据企业的实际情况。

为了进一步说明这种分析方法,本文将再举一个稍微复杂的例子,如图4所示:

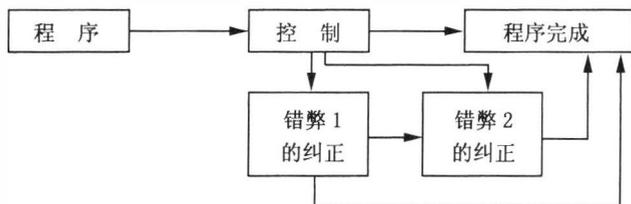


图4 “单一控制——多种错弊”的可靠性框图

在此,我们仍遵循上例中的假设条件,但需要特别说明的是,因为有两种错弊,所以参数的表达中需要加下标以区别,即 p_i 、 $P(e_i)$ 、 $P(s_i)$ 、 $P(c_i)$ 和 $P(d_i)$ 分别表示错弊 i 对应的各概率参数。

有了以上参数后,我们可以得到系统对于第 i 种错弊的可靠性 R_i 为:

$$R_i = p_i P(s_i) + p_i (1 - P(s_i)) P(d_i) + (1 - p_i) P(e_i) P(c_i) \quad (33)$$

整个系统的可靠度为:

$$R = (R_1)(R_2) \cdots (R_n) \quad (34)$$

而如果不执行内部控制程序,整个系统无误完成的概率为:

$$p = (p_1)(p_2) \cdots (p_n) \quad (35)$$

且仍有 $\Delta R = R - p$ 存在。

在分析此时的成本时,需要注意的是程序的执行成本仍为 C_c ,而 C_s 和 C_e 则是针对每种错弊。因此有:

$$C_t' = C_c + \sum_{i=1}^n (1 - R_i) C_{e_i} + \sum_{i=1}^n [p_i (1 - P(s_i)) + (1 - p_i) P(e_i)] C_{s_i} \quad (36)$$

而控制程序未加执行时的成本为:

$$C_t = \sum_{i=1}^n (1 - p_i) C_{e_i} \quad (37)$$

从而有 $\Delta C = C_t' - C_t$ 。

对于更加复杂的系统,其可靠度和成本的计算方法是同样的道理。

对于参数的估计,基本上可以从以下几方面着手:

第一,对概率(p 、 $P(e)$ 、 $P(s)$ 、 $P(c)$ 、 $P(d)$)参数的估计可以依赖两方面的资料:一是企业关于错弊频数分析记录以及执行控制程序的员工所保持的纠错程序记录;二是内部审计师和外部审计师在审计程序中所搜集的资料。

第二,对成本(C_c 、 C_s 、 C_e)参数的估计可借鉴如下思路: C_c 是指执行控制程序的成本,主要包括职员工资成本,应按照执行某项控制所花时间的比例计算。另外,还应加上消耗物质资料的成本,这部分计算相对容易; C_s 可以根据控制在查询和纠错方面的时间比例来计算; C_e 的计算在某种程度上要依赖主

观判断,但不需要估计 C_e 的具体值。具体做法是在对以上 7 个参数估计后,就可以建立方程,求出 C_e 的临界值,即控制引起的成本变化为零时的值,然后就可以相对容易地比较错弊成本和临界成本的大小。

(2)在敏感性分析时应考虑成本

在企业内部控制系统中提高每个程序的可靠性的代价(或成本)是不同的,为此我们在考虑重要度指标时应结合成本分析。设程序 I 的可靠度为 R_i ,提高可靠度的成本为 C_i ,则考虑成本后的敏感性可以定义为:

$$\frac{\partial R_s}{C_i \partial R_i} (i=1, 2, \dots, n) \quad (38)$$

其中, C_i 一般是 R_i 的函数,有 $C_i = C_i(R_1, R_2, \dots, R_n)$,即在不同的 R_i 值时,提高单位可靠度的成本是不同的。这恰恰可以解释企业有时候不会采用审计师所建议的控制程序的原因。

三、结 论

内部控制评价对于企业建立健全内部控制系统有着重要的意义,它在很大程度上能够促进内部控制系统三个目标的实现。本文运用可靠性理论及数理统计方法来构建内部控制系统评价定量分析的数学模型,并结合内部控制案例加以评述。内部控制系统评价的可靠性数学模型,为内部控制评价工作提供了一种客观的分析框架,有利于企业管理层更好地设计、分析或评价其内部控制系统,同样可以在很大程度上改善审计师的内部控制系统鉴证业务。企业管理层在内部控制系统设计和评价时,应根据企业业务流程图设计内部控制系统可靠性框图,并结合可靠性理论及数理统计知识建立系统中各个程序的可靠性模型和整个系统的可靠性模型。对可靠性模型的敏感性和重要度分析有利于我们充分认识对系统可靠性产生最重要影响的程序和重要性较低的程序,这为内部控制系统的改善提供了直观的分析方法。但需要注意的是,在这一系列的分析中一定要考虑成本因素,这使得模型更加精确,得出的结论更加科学,对内部控制的设计有更为重要的指导意义。可靠性分析对于审计师的评价工作具有同样的价值。希望本文的分析能够为我国内部控制定量分析起到抛砖引玉的作用。

注释:

①此处订单账目系统的可靠性框图比较简略,只是为了说明问题的需要。

②由于程序 12 样本难以观察,所以与公司相应的主管协商后,将相应频率估计为 5%。

参考文献:

- [1]金星,洪延姬.工程系统可靠性数值分析方法[M].北京:国防工业出版社,2002.
- [2]贺国芳,许海宝.可靠性数据的收集和分析[M].北京:国防工业出版社,1995.
- [3]高社生,张珍霞.可靠性理论与工程运用[M].北京:国防工业出版社,2002.

- [4] 王立勇. 杜绝内患——内部控制系统分析[M]. 北京:中国经济出版社,2004.
- [5] 朱荣恩,应唯,袁敏. 美国财务报告内部控制评价的发展对我国的启示[J]. 会计研究, 2003,(8).
- [6] Cushing, Barry E. A mathematic approach to the analysis and design of internal control system[J]. The Accounting Review, January, 1975:24~41.
- [7] Srivastava, R P. A note on internal control systems with control components in series[J]. The Accounting Review, October, 1985:504~507.
- [8] Cushing, Barry E. A further note on the mathematical approach to internal control [J]. The Accounting Review, January, 1975:151~154.
- [9] James Lloyd Bierstaker. Auditor recall and evaluation of internal control information [J]. Managerial Auditing Journal, February, 2003:90~99.
- [10] James K Loebbecke, George R Zuber. Evaluating internal control[J]. The Journal of Accountancy, February, 1980:49~56.
- [11] Donald K McConnell J R, George Y Bangks. How Sarbanes-Oxley will change the audit process[J]. Journal of Accountancy, September, 2003:49~55.
- [12] Linda L Griggs. Audits of internal control over financial reporting: What do they mean? [J]. Insights, Vol. 18, No. 4, April, 2004.
- [13] Aldridge etc. Management's report on internal control, and the accountant's response [J]. Managerial Auditing Journal, Vol. 9, 1994:21~28 .

Quantitative Analysis Model of Internal Control Evaluation

WANG Li-yong

(Business School, Jilin University, Changchun 130012, China)

Abstract: Internal control evaluation has been the trend of economic development, and it is of great significance for the improvement of information asymmetry and perfection of internal control system. Recently, accounting literature and auditing literature have laid increasing researches on internal control evaluation, and achieved great achievements. However, such researches are limited to qualitative analysis and there are scarce quantitative researches, which is adverse to the improvement of efficiency of internal control evaluation. So the paper sets up with reliability theory and knowledge of statistics a mathematical model of internal control system evaluation, and computes importance for each process and the whole system, with which we can evaluate the effect of internal control.

Key Words: internal control; evaluation; reliability; sensitivity analysis; failure rate