

□ 徐龙炳

探讨资本市场有效性的一种有效方法： 分形市场分析

与普遍所接受的理论相反的是,随机游走模型并没有很好地刻划市场特性,同时广为流传的有效市场假说(Efficient Market Hypothesis, EMH)也没有很好地得到实证支持。市场有效并不一定意味着服从随机游走,但随机游走确实意味着市场有效。经济学家们在不断发现支持EMH证据的同时,也碰到了一些与之相悖的现象(Fama, 1970),这些异象对有效市场假说提出了严峻挑战。因此必须重新探讨市场特性,从而不必依赖于独立、正态或方差有限的假设,这样研究方法就必须推广到混沌、分形、非线性动力学等,因为其特征看起来与实际所观察到的现象更接近一致。本文从分形角度阐述分形市场分析方法,认为市场服从分形布朗运动,这样EMH仅仅是分形分布族的一种特殊情形,即 $\alpha=2$ 的情形。一般情形下可以通过R/S分析法来解决。研究的目的在于进一步推广资本市场理论,解释投资公众的差异。关于R/S分析法在中国证券市场中的应用,将另作进一步的研究。

一、EMH的发展及其缺陷

用统计方法研究股票价格与收益问题,最初出现于Bachelier 1900年的博士论文,其鲜明的远见性超越了其时代,维纳过程(Weiner Process)是布朗运动(Brownian Motion),这一过程被得到普遍认可。10年后,爱因斯坦(Einstein)重新发现了这一结论。但对Bachelier分析工作起着重要作用的假设:市场收益是独立同分布(IID)的随机变量,却很少得到实证支持。遗憾的是,Bachelier的开创性论文几乎被忽视、遗忘。这样用统计方法进行市场分析便失去影响直至本世纪40年代后期,随后进展迅速。

1953年,Kendall对股票价格和收益的随机特性进行了系统研究,在其论文《经济时间序列分析,第一部:价格》中提出股票价格遵循一种随机游走(Random Walk)规律。虽然早在1900年Bachelier就在其博士论文中提出了同样的思想,换句话说这一结果所隐含的思想并不是全新的,但其结论却使一些金融经济学家们感到困惑。经过深入分析与思考,经济学家们形成了对Kendall现象的解释,一致的看法是:随机的价格波动反映的正是一个功能良好、有效率的市場,而不是非理性的。

1964年,Cootner收集、编辑出版了《股票市场价格的随机性》(The Random Character of Stock Market Price),其工作奠定了EMH的基础。Cootner主编的选集成为数量分析第一个黄金时代的标准产物,探讨市场特性而不是投资组合理论。该书提出了60年代被Fama形成

为 EMH 的理念。

有效市场假说认为市场行为者的买卖信息都反映在市场的价格之中,只有不可预见的事件才会影响股票的价格变化。但随机事件对股票价格的影响可能是正向的,也可能是负向的,因此股票价格的变动是可预测的趋势部分与不可预测的随机游走部分之和。即,今天的价格变化来源于今天未预料的信息,昨天的信息不再重要,从而今天的收益与昨天的收益无关,即收益是独立的。如果收益是独立的,那么它们是随机变量,并且服从随机游走。此即 EMH 的随机游走解释。

价格已经反映了所有可以得到的信息,这就是市场有效性假说。但是,EMH 存在着明显的缺陷。

1. 对于信息的反应,并非以因果关系呈现。由于所有的信息均反映在价格中,市场服从随机游走,每日的价格运动均与前日的活动无关,这样 EMH 明显假定所有投资者对于新信息立刻作出反应,因而未来与过去或现在无关。上述假定对于将中心极限定理应用于资本市场分析是必要的。但是,由于信息分布是狭峰态的,因而价格变化的分布也是狭峰态的,从而人们以一种非线性方式对信息作出反应,一旦当信息水平达到某个临界值,人们才对所有他们曾忽视的信息作出反应,并直接达到该临界值。此即意味着当前的价格受过去的影响,因而显然违背了 EMH。在 EMH 中,信息以因果关系呈现,即接受信息,并通过价格的变化来反映新的信息从而对信息作出反应。

2. EMH 没有涉及到市场流动性问题。流动性与成交量并不是一回事。当低流动性但高成交量发生时,发生了最大的股灾(如 1987 年 10 月 19 日美国股市的“黑色星期一”)。投资者需要从市场获得流动性,市场为投资者获得这种流动性提供了可能。EMH 认为不管流动性是否存在价格始终是公平的,或者始终有足够的流动性,从而 EMH 不能解释股灾和股市火爆。当流动性消失时,获取公平价格并不比不惜代价完成交易更重要。一个稳定的市场与 EMH 所描述的有效市场并不是相同的,一个稳定的市场是一个富有流动性的市场。如果市场是富有流动性的,那么可以认为价格接近公平。然而,市场并不是一直富有流动性的,当流动性缺乏突降时,正在交易的投资者将愿意接受他们所能接受的价格而不管价格公平与否,此时,交易者获得流动性而承担了相当高的变现成本。

3. 市场有效并不一定意味着服从随机游走,但随机游走确实意味着市场有效。对随机游走模型的偏离,并不能代表市场是无效的。事实上,在 Kendall 之后不久,人们便发现证券价格并不遵循严格的随机游走模型。公众对于信息的不一致性消化、吸收导致有偏的随机游走(Biased Random Walk),而且信息与分数维有着密切的联系,分数维是和信息成正比的。

4. 市场有效性的检验问题。对市场有效性的检验仍然主要停留在最初的随机游走模型上,而这一模型对连续价格波动间的独立同分布是要求甚严的,因此用随机游走模型作为市场有效性假定的检验仍然存在着问题,满足随机游走模型只能看作是市场有效性的充分条件,却不能保证不满足随机游走模型的市场就一定是无效的。

5. 有关的效应问题。股票收益的季节性(Seasonality)、大小效应(Size Effect)以及季节性大小效应结合而形成的“小公司元月效应”等也直接打击了 EMH,使 EMH 陷入困境。

二、分形分布与 R/S 分析方法

现行的资本市场理论基于有效市场假说、因果的线性关系的范式,但却很难反映出市场本

身所具有的真正特性,因而新的范式则将市场看作为复杂的相互依存的系统。大量的实证研究表明:许多的自然现象和时间序列都可以有效地通过分形来刻画,因而市场是分形的,从而更好地揭示了市场特性。

分形或分数维,简单地讲就是没有特征尺度却有自相似的结构,即存在标度律。分数维的发现,使我们能从一个似乎是杂乱无章的时间序列中计算出它的分数维,表征其结构。虽然分形现象并无统一的特征尺度,却有标度律,因而存在着规律性,我们可以找到一个不变尺度分数维。Mandelbrot 在他早期的论文中,定义了分形集是满足 Hausdorff 维数严格大于拓扑维数的集合,进一步地,分数维一定大于拓扑维而小于它所占领的空间维,如 Cantor 集具有维数 $\ln 2 / \ln 3 = 0.631$, Koch 曲线具有维数 $\ln 4 / \ln 3 = 1.262$ 。

Mandelbrot (1964) 提出:资本市场收益服从他称之为 Stable Paretian 分布,即分形分布,表现为在均值处具有高峰,而且尾厚。分形分布在经济学文献中被称为 Pareto、Pareto-Levy 或 Stable Paretian 分布。这类分布的特征最初由 Levy 在发表于 1925 年的论文中提出。Levy 的工作是在 Pareto (1897) 讨论收入分布的基础上进行的。Pareto 发现收入的分布,除了约 3% 的上层富有人士以外,可以用对数正态分布很好地逼近。对于这部分 3% 来说,收入开始服从逆幂规律 (Inverse-Power Law),从而导致厚尾的产生。实证分析表明,厚尾并不仅仅是股票市场特有的现象,其它资本市场也表现出同样的特性。这些厚尾分布常常显示出由非线性随机过程所产生的一种具有长期记忆系统的迹象。这种非线性过程可由时变方差 (如 ARCH) 或 Pareto-Levy 长期记忆过程产生。

从分布的特征函数角度进一步讨论上述问题,将有助于对问题的深入认识。

若随机变量 t 服从正态分布,则其特征函数 $f(t)$ 满足

$$\log f(t) = iut - (\sigma^2/2)t^2 \quad u = \text{均值}, \sigma^2 = \text{方差} \quad (1)$$

对于标准正态分布,均值为 0,标准差为 1。

Bachelier 首先提出投资市场服从随机游走的思想,而且可用标准的概率积分进行刻画。尽管实证分析明显显示与随机游走相违背,Bachelier 的高斯假设仍然被接受。收入分布比标准正态分布具有厚尾、高峰,尽管存在这些特性,该分布仍经常被描述为近似正态。

这种厚尾、高峰分布是 Pareto 分布的特征形状。Levy 概括了其概率分布的特征函数:

$$\log f(t) = i\delta t - \gamma |t|^\alpha (1 + i\beta(t/|t|)\tan(\alpha\pi/2)) \quad (2)$$

其中有 4 个特征参数: α 、 β 、 δ 、 γ 。

δ 是均值的位置参数; γ 是尺度调整参数; $\beta \in [-1, +1]$, 是偏斜度的测度。

当 $\beta = 0$ 时,分布是对称的; $\beta = +1$ 时,分布是右厚尾的,随 β 逐步逼近 +1 右偏斜程度增加;当 $\beta < 0$ 时,情形相反。

α 标志着分布的峰度以及尾部的厚性, $\alpha \in (0, 2]$ 。只有当 $\alpha = 2$ 时,分布才为标准分布。

取 $\alpha = 2$ 、 $\beta = 0$ 、 $\gamma = 1$ 、 $\delta = 1$ 代入 (2) 即可得到 (1) 式的正态分布的特征函数。

值得指出的是,对有效市场假说, α 必须始终等于 2;而对分形市场分析, α 可以在 1 到 2 之间变化。这是有效市场假说与分形市场分析对市场特性认识的主要区别。分形市场分析认为市场服从 Stable Paretian 分布,进一步地利用分形分析方法可以区别厚尾高斯分布与分形分布。因而, α 值的改变在很大程度上改变着时间序列本身的特性。

由于 Pareto 分布关于时间在统计意义上是自我相似的,因此 Pareto 分布是分形。如果每日价格分布具有均值 m , 并且 $\alpha = a$, 那么 5 日收益分布具有均值 $5m$ 并且仍有 $\alpha = a$ 。一旦调整

时间尺度,序列的概率分布仍有同样的形态,那么序列具有标度不变性。由于正态分布是分形分布族的特殊情形,因此,当 $\alpha=2$ 并且分布是正态分布时,上面的结论同样适用。然而当 $\alpha\neq 2$ 时,分布的特性就发生改变。

当 $1\leq\alpha<2$ 时,方差不确定或无穷;只有当 $\alpha=2$ 时,方差有限且稳定,因此仅当系统是随机游走时,样本方差是重要的信息;否则,无穷方差是可能的并且是典型的情形。当 $\alpha\neq 2$ 时,作为离中趋势或风险尺度的样本方差近乎无意义。

当 $0<\alpha\leq 1$ 时,不存在稳定均值,此范围中的 α 较罕见。然而,当 $1<\alpha\leq 2$ 时,却有稳定均值,此范围中的非整数 α 对应于具有长期关联和统计上自我相似特征的分形布朗运动,即分维时间序列。分维时间序列关于时间具有统计上的自我相似性,因而它们是分形。在分维时间序列里,随机性与确定性、混沌与有序同时并存。若 α 是时间序列的分形维,则有

$$\alpha = \frac{1}{H}, \text{ 其中 } H = \text{Hurst 指数}$$

Hurst 是一位水文专家,从 1907 年起从事尼罗河水坝工程研究。在长达 40 多年的研究中,主要研究水库控制的问题。通过大量的实证研究,他提出了一种新的统计量:Hurst 指数 H ,并由此发展了一种 R/S 分析(Rescaled Range Analysis,重新标度极差分析)方法。

在 40 年代,Hurst 基于对有偏的随机游走所进行的深入研究,结合 R/S 分析方法,发现许多自然现象的统计确实能很好地由有偏的随机游走来刻画。Mandelbrot 也在 60 年代、70 年代对此进行了广泛探讨。Mandelbrot 称之为分形布朗运动,现在一般称之为分维时间序列。

Mandelbrot 首先引入分形布朗运动的概念,作为对随机函数 $X(t)$ 的推广,把指数 $H=1/2$ 推广到 $0<H<1$ 中的任何实数。其中 $X(t)$ 满足 $X(t)-X(t_0)\sim\zeta|t-t_0|^H$, ζ 服从标准的独立高斯随机过程。

时刻 t 关于过去的增量之间的关联尺度函数 $C(t)$ 满足 $C(t)=2^{2H-1}-1$,其中 H =Hurst 指数。

当 $H=1/2$ 时,对任何 t 值,均有 $C(t)=0$,而这正是独立随机过程所必须的条件。然而当 $H\neq 1/2$ 时,不管 t 取何值, $C(t)\neq 0$ 。分形布朗运动的这一特征,导致了状态持续性或逆状态持续性。

当 $H>1/2$ 时,存在状态持续性,即在某一时刻 t 以前存在上升(或下降)趋势隐含着在时刻 t 以后总体上也存在着上升(或下降)的趋势;反之,当 $H<1/2$ 时存在逆状态持续性,即在某一时刻 t 以前存在上升(或下降)趋势隐含着在时刻 t 以后总体上也存在着下降(或上升)的趋势。

进一步地,应用 R/S 分析法,可以确定信息的两个重要方面,Hurst 指数 H 和平均的周期长度。周期的存在对于进一步的讨论分析具有重要影响。当 $H\neq 1/2$ 时,概率分布不是正态分布;当 $1/2<H<1$ 时,时间序列是分形。分维时间序列不同于随机游走,它是有偏的随机过程,其偏离的程度取决于 H 大于 $1/2$ 的程度,并且随着 H 逐步逼近 1 状态持续性逐步增强。

值得指出的是,R/S 分析法是十分有效的工具,不必假定潜在的分布是高斯分布。 $H=1/2$ 并不能说明时间序列是一个高斯随机游走,仅表明不存在长期记忆。如果随机游走不再适用,那么许多数量分析的方法将失去效用,尤其是 CAPM 和以方差或波动程度度量的风险概念。

通过以上的论述,得到下列基本结论:

1. 对有效市场假说, α 必须始终等于 2;而对分形市场分析, α 可以在 1 到 2 之间变化。这

是有效市场假说与分形市场分析对市场特性认识的主要区别。正是由于 α 的分数维性质充分反映了市场本身所具有的特性。

2. 分形市场分析不必依赖于独立、正态或方差有限的假设。

3. 应用 R/S 分析法,可以确定信息的两个重要方面,Hurst 指数 H 和平均的周期长度。

4. 公众对于信息以非线性方式作出反应,因而有偏的随机游走是市场的常态,表现为分数布朗运动。

5. 对于随机游走的偏离程度取决于指数 H。

本文从对 EMH 的产生及其发展讨论出发,从分形的角度探讨市场特性的分形市场分析方法及其所反映的市场特性,推广了资本市场理论,认为市场是分形的,服从分数布朗运动,即有偏的随机游走,其研究方法可以采用 R/S 分析法。公众对于信息以非线性的方式作出反应,因而呈现出对信息的不一致性消化、吸收,导致对随机游走的偏离,并表现为市场的常态。

参考文献:

1. Bachelier, L. "Theory of Speculation," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M. I. T. Press, 1964 (Originally published in 1900).
2. Brock, W. A. "Distinguishing Random and Deterministic Systems," *Journal of Economic Theory* 40, 1986.
3. Cootner, P. H., ed. *The Random Character of Stock Market Price*. Cambridge MA: M. I. T. Press, 1964.
4. Fama, E. F. "Efficient Capital Market: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance* 25, 1970.
5. Feder, J. *Fractals*, Plenum Press, New York, 1988.
6. Hurst, H. E., Black, R. P. and Simaika Y. M. *Long-Term Storage: An Experimental Study*, London 1965.
7. Kendall, M. G. "The Analysis of Economic Time series, Part I: Price," *Journal of Royal Statistical Society* 96, 1953, in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M. I. T. Press, 1964.
8. Mandelbrot, B. "The Pareto-Levy Law and the Distribution of Income," *International Economic Review* 1, 1960.
9. Peters, E. E. "Fractal Structure in the Capital Markets," *Financial Analysts Journal*, July/August 1989.
10. Schwert, G. W. "Why Does Stock Market Volatility Change over Time?," *Journal of Finance* 44, 1989.

(作者单位:上海财经大学;邮编:200083)