

证券投资组合收益和风险的统计研究

● 徐国祥

股票和债券作为一种有价证券，它一方面能获得一定的收益，另一方面由于存在着许多不确定的因素，投资者难以准确地预料投资的实际效果，往往会出现投资亏本的风险。一般来说，风险是指造成损失的可能性。证券投资的风险，指的是投资者不能获得预期收益的可能性，它在数值上应等于期望值与实际收益率之差。风险是客观存在的，这是任何投资者都无法抗拒的。

那么，如何才能把风险减少到最低的程度并获得较大的收益呢？本文将针对这一问题讨论一揽子证券的组合问题，并对其运用统计方法加以具体研究，以供大家参考。

一、一揽子证券的组合效应

所谓一揽子证券，就是指投资者在投资证券时，不只是购买一种证券，而是同时购买多种证券，并以适当的投资组合来尽量避免和减少风险。所谓投资组合，就是指投资者同时投资的多种证券中，既购买债券，也购买股票；既购买风险大而预期收益高的股票，也购买风险小、收益稳定的证券。这样通过选择不同对象，组成多样化的投资。

为了取得证券投资的最佳组合效应，就必须不仅仅讲究证券的品种数，还必须考虑这些品种的行业分布。这些证券的品种数应该是跨行业的，即既有工业的，如电子工业（真空电子股票、爱使电子股票等）、化工工业（凤凰化工股票、石化债券、高化债券等）、重工业（上钢三厂债券等）、轻工业（飞乐音响、飞乐股份股票等），也有商业的，如豫园商场股票等，使把握的一揽子证券，相互间的正相关程度很小，或者是根本不相关或负相关程度高。这样，当有的证券遇到大的风险时，会被别的证券所得到的较大的收益所抵消，收到此消彼长、此长彼消、互相抵消、互相补充的效益，以便稳定地得到一定的收益。如果购买的品种和数量虽多，但却都是同行业的，那么其正相关的程度就大，如遇该行业不景气或经济效益不佳，这时也会产生很大的风险。

同时，还必须十分强调每种证券在一揽子证券中所占的比例或结构。只有合理的比例配置，才能得到最佳的组合效应。这在下面的统计定量研究中可以得到验证。

二、一揽子证券的统计研究

为了明确有些概念以及便于后面的研究，我们首先对单个证券的收益和风险加以考察。

（一）单种证券风险值的计算和分析

下面我们用实例来加以说明。例如，某企业1990年股票的年收益率及相应的概率如表（一）所示。

表(一) 某企业股票年收益率和相应的概率资料

年收益率(%)	组中值(y)(%)	概率(P)	组中值×概率	(y - E _y) ² p
甲	(1) = $\frac{\text{上限} + \text{下限}}{2}$	(2)	(3) = (1) × (2)	(4) = [(1) - E _y] ² × (2)
7.5—8.5	8	0.05	0.04	0.45
8.5—9.5	9	0.10	0.09	0.40
9.5—10.5	10	0.20	2.00	0.20
10.5—11.5	11	0.30	3.30	0
11.5—12.5	12	0.20	2.40	0.20
12.5—13.5	13	0.10	1.30	0.40
13.5—14.5	14	0.05	0.70	0.45
合计		1.00	11	2.1

为了了解所估计风险的可靠性程度,就需要用一定的概率度(t)来保证。数理统计表明,当概率度(t) = 1时,估计的可靠性程度为68.27%;当概率度(t) = 2时,估计的可靠性程度为95.45%;当概率度(t) = 3时,估计的可靠性程度为99.73%。如果要想在一定的可靠性程度保证下计算股票收益率的变化范围,就必须计算收益率的期望值E_y和标准差S_y,同时定取值范围为:

$$\hat{Y} = E_y \pm tS_y$$

其计算步骤如下:

1. 求股票收益率的期望值E_y

$$E_y = \sum_{i=1}^n y_i P_i = 11\%$$

2. 求股票收益率的标准差S_y

$$S_y = \sqrt{\sum (y - E_y)^2 p} = \sqrt{2.1} = 1.45\%$$

3. 求年收益率的变化范围

$$\hat{y} = E_y \pm tS_y$$

若在99.73%的可靠性程度保证下,则t = 3,有

$$\hat{y} = 11\% \pm 3 \times 1.45\%$$

计算结果表明,该种股票的年收益率在99.73%的保证程度下,其变化范围在6.65%~15.35%之间。

4. 求最大风险值

$$E_y - (E_y - 3S_y) = 11\% - 6.65\% = 4.35\%$$

这就是说,该年内购买该种股票遇到的最大风险损失为投资额的4.35%。

上述计算方法为我们进行各种股票风险的比较分析提供了有利的条件。例如,甲、乙两企业的股票收益率的期望值和最大风险值如表(二)所示。

表(二) 甲、乙两企业股票的期望值和最大风险值

	期望值(E _y)(%)	标准差(S _y)(%)	最大风险值(%)
甲企业	11	1.45	4.35
乙企业	11	1.20	3.20

由表(二)可知,虽然购买甲、乙两企业股票收益率的期望值相同,两者均为11%,但是由于甲企业的最大风险值大于乙企业,因此,投资乙企业的股票风险要比甲企业来得小,更安全一些。由此可见,有了这种定量分析的方法,投资者就可以从对具体数值的分析和判断中作出最佳的投资决策。

(二) 证券投资组合风险的统计研究

在明确了上述概念的基础上,我们现在对一揽子证券加以考察,在数量上具体研究如何才能得到更多的收益和冒较小的风险。为了分析的方便,我们用两种证券所组成的一揽子证券加以说明。这两种证券的有关资料如表(三)所示。

表(三) 国库券和股票收益率等资料

项 目	国 库 券		股 票	
	牛市*	熊市*	牛市	熊市
收益率(%)	8	12	14	6
概率	0.5	0.5	0.5	0.5
期望值(%)	$8 \times 0.5 + 12 \times 0.5 = 10$		$14 \times 0.5 + 6 \times 0.5 = 10$	

根据表(三)的数据,并假定它们的比例是国库券和股票各占1/2,则计算一揽子证券的期望值公式为:

$$E_p = \sum_{i=1}^n P_i E_i$$

式中: P_i 为第*i*种证券在一揽子证券中所占的比例。

$$E_p = \sum_{i=1}^2 P_i E_i = P_1 E_1 + P_2 E_2 = 1/2 \times 10 + 1/2 \times 10 = 10\%$$

计算结果表明,一揽子证券的期望值同国库券的期望值和股票的期望值是一样的,三者均为10%。但是,投资者在这里不仅仅关心期望值,而且要知道其风险程度的大小,以便作出相应的决策。

1. 单因子标准差S

$$S_{\text{国库券}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (X_i - E_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times [(8-10)^2 + (12-10)^2]} = 2$$

$$S_{\text{股票}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (X_i - E_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times [(14-10)^2 + (6-10)^2]} = 4$$

2. 双因子标准差

计算双因子标准差前,可首先计算以下几个统计量:

(1) 协方差 COV_{xy}

$$COV_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(X_i - E_x)(Y_i - E_y)]$$

式中: X_i 为国库券的收益率, Y_i 为股票的收益率, E_x 为国库券收益率的期望值, E_y 为股票收益率的期望值, n 为证券的种类数。

$$\begin{aligned} \text{COV}_{xy} &= \frac{1}{2} [(X_1 - E_x)(Y_1 - E_y) + (X_2 - E_x)(Y_2 - E_y)] \\ &= \frac{1}{2} [(8 - 10)(14 - 10) + (12 - 10)(6 - 10)] \\ &= \frac{1}{2} \times (-8 - 8) = -8 \end{aligned}$$

(2) 相关系数

$$R_{xy} = \frac{\text{COV}_{xy}}{S_x S_y} = \frac{-8}{2 \times 4} = -1$$

计算结果表明，此例中国库券的收益率同股票的收益率存在着完全的负相关关系，即国库券收益率降低，股票的收益率就上升。

(3) 标准差 S_p

$$\begin{aligned} S_p &= \sqrt{P_1^2 S_x^2 + P_2^2 S_y^2 + 2P_1 P_2 (R_{xy} S_x S_y)} \quad (P_1, P_2 \text{ 为各证券的比例}) \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (2)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (4)^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (-1) \times 2 \times 4} = 1 \end{aligned}$$

我们从 S_p 这个公式中发现，一揽子证券的投资风险的大小有以下三个因素决定：

(1) 每种证券所占的比例。那么，如何从量上来确定其最佳的比例呢？我们说当 $R_{xy} = -1$ 时，甲证券的最佳结构公式为：

$$P_1 = S_y / (S_x + S_y)$$

(2) 证券收益率的相关性。当证券组合所含证券的收益是完全相关的，即 $R_{xy} = +1$ ，这时证券组合并未达到组合效应的目的；当证券组合所含证券的收益是完全负相关的，即 $R_{xy} = -1$ ，这时证券组合通过其合理的结构可以完全消除风险。上述两种不同的相关系数的经济含义是十分明确的。当你购买电子业一个行业的多种证券，此时这种证券数量和品种虽多，但它们之间具有正相关的关系，即该行业不景气，那么，股票的收益状况是一面倒的。因此，这种组合还是不能避免风险。只有当各种股票的收益之间没有过大的正相关关系或不相关以及负相关时，才能分散风险，达到避免风险的组合效应。

(3) 每种证券的标准差。各种证券收益的标准差大，那么组合后的风险相应也要大一些。但组合后的风险如还是等同于各种证券的风险的话，那么，就没有达到组合效应的目的。一般来说，组合后的证券风险不会大于单个证券的风险，起码是持平。

下面我们求出当证券比例甲和乙各为1/2的条件下，一揽子证券的风险情况。表(四)所示的有关数据是根据表(三)求得的。

表(四) 各占二分之一的一揽子证券风险情况

R_{xy}	-1	-0.5	0.0	+0.5	+1
一揽子风险%	1.00	1.732	2.236	2.646	3.000

表(四)数据表明，当 $R_{xy} = -1$ 时，其总风险最小，为1%；当 $R_{xy} = +1$ 时，总风险最大，为3%。对收益率为10%的国库券的风险为2%和股票的风险为4%来说，组合风险为3%的话，就不能说有什么好的组合效应。

上述实例证明,当 $R_{xy} = -1$ 时,其组合效应最佳。但能不能把风险减少到0?这就还需考察每种证券的比例。那么本题的最佳结构为多少呢?答案应该是国库券为2/3。即

$$P_1 = S_y / (S_x + S_y) = 4 / (2 + 4) = 2/3$$

此时,在 $R_{xy} = -1$ 、国库券占2/3、股票占1/3时,其总风险为0。各种比例的测算如表(五)所示。

表(五) 最佳比例测算表

国库券(%)	股票(%)	一揽子证券风险(%)
0	100	4.0
50	50	1.0
66	34	0.0
100	0	2.0

表(五)数据表明,当国库券为100%时,就等于其单独的风险2%;当股票为100%时,就等于其单独的风险4%。这里,在证券流通市场上买卖国库券的风险当然要比买卖股票小得多,这是不言而喻的,其数量分析结果也一样。而只有当国库券为2/3、股票为1/3时,一揽子证券的组合完全避免了风险,即其总风险为0。而其收益率的期望值却同购买单个证券是一样的,均为10%。如前分析,购买国库券投资者要承担2%的风险,购买股票要承担4%的风险,而一揽子证券的最佳组合则没有风险。这就是统计研究给投资者带来的好处。

事实上,一揽子证券往往是由多种甚至数十种证券组成的,但其基本原理同两种证券组合的一揽子证券一样。只是对风险的计算更加繁琐一些。然而如果借助于电子计算机,这种证券组合收益和风险分析就成为一件轻而易举的事情了。

现在我们来研究一下三种证券组合的收益和风险的计算问题。

1. 收益率的期望值公式为:

$$E_p = \sum_{i=1}^3 P_i E_i$$

2. 三个因子的标准差公式为:

$$S_p = (P_1^2 S_x^2 + P_2^2 S_y^2 + P_3^2 S_z^2 + 2P_1P_2R_{xy}S_xS_y + 2P_2P_3R_{yz}S_yS_z + 2P_1P_3R_{xz}S_xS_z)^{\frac{1}{2}}$$

式中: P_1 、 P_2 、 P_3 分别为证券甲、乙、丙所占的比例; R_{xy} 、 R_{yz} 、 R_{xz} 分别为甲和乙、乙和丙、甲和丙的相关系数; S_x 、 S_y 、 S_z 分别为证券甲、乙、丙的标准差。

例如,三种证券组合一揽子证券有关数据如表(六)所示。

表(六) 三种证券组合分析数据

证 券	甲	乙	丙
收益率期望值	0.08	0.16	0.06
标 准 差	10	14	6
相 关 系 数	甲和乙 $R_{xy} = 0.5$ 乙和丙 $R_{yz} = 0.2$ 甲和丙 $R_{xz} = 0.3$		
所 占 比 例	0.3	0.3	0.4

(1) 求收益率的期望值 E_p

$$E_p = \sum_{i=1}^3 P_i E_i = 0.3 \times 0.08 + 0.3 \times 0.16 + 0.4 \times 0.06 = 0.096 \text{ 或 } 9.6\%$$

(2) 求三个因子的标准差 S_p

$$S_p = (0.3^2 \times 10^2 + 0.3^2 \times 14^2 + 0.4^2 \times 6^2 + 2 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.5 \times 10 \times 14 + 2 \times 0.3 \times 0.4 \times 0.2 \times 14 \times 6 + 2 \times 0.3 \times 0.4 \times 0.3 \times 10 \times 6)^{\frac{1}{2}} = (53.352)^{\frac{1}{2}} = 7.3$$

计算结果表明,由证券甲、乙、丙组成的一揽子证券的收益率为9.6%,其总风险为7.3%,小于三种单个证券风险的期望值9.6% ($0.3 \times 10\% + 0.3 \times 14\% + 0.4 \times 6\% = 9.6\%$)。具体应用时我们还可以借助电子计算机进行运算,找到最佳的证券配置比例,达到风险最小的最佳组合目的。

三、一揽子证券组合模型的应用问题

首先,随着我国证券机构的迅速发展,证券市场上经营的有价证券也由过去单一的国库券,发展到经营保值公债、金融债券、企业融资券、股票等20多种证券,办理与证券交易相关的10多种业务。截止1990年底,全国已发行国库券、企业债券1,498亿元,金融债券280亿元,股票30~40亿元,已发行的有价证券总值约1,800亿元左右。这笔证券投资额,相当于近几年国家预算内基本建设投资额的3.5倍以上。这说明,我国证券市场迅速发展,方兴未艾。同时也说明,由于证券品种数的增加,为证券投资者进行投资组合创造了充分的条件。

其次,我国各个地区证券市场的发展是很不平衡的。在有些地区的证券市场上,证券的收益和风险机制尚未建立,风险小、收益高是这些地区各类证券的主要特征。在这种情形下,一揽子证券的组合模型的作用力度就会打上折扣。有些地区的证券市场上根本就不流通股票。这也限制了一揽子证券组合模型的应用。有些地区的证券市场虽然也流通股票,但其品种数只有一、二种,并且对投资者来说也难以买到,这时一揽子证券的组合模型就失去了效力。然而,令人可喜的是,我国证券市场经过几年的实践,正在逐步走向规范化的道路。有些地区证券市场上风险和收益的机制已初具雏形。以上海为例,目前上市各类债券达36种之多,股票达15种,这就便于投资者在投资时进行必要的投资组合,以便减少风险。在健全的证券市场上,风险和收益指标应是正比例的关系。在有效的证券市场上,存在着一条资本市场线,投资者会在这条线上选择他最喜欢的风险和收益的组合。资本市场线的存在是证券市场有效率的标志。有效率的证券市场才能发挥筹集资金、优化产业结构、提高企业效率和管理水平、抑制通货膨胀、促进经济稳定增长等一系列的经济功能或效力。资本市场线是一条以无风险收益率(如银行定期存款、短期政府债券等的收益率)为截距向上倾斜的线,该线可以通过大量证券组合的收益和风险进行回归分析得出。由此可见,资本市场线的存在是投资者进行证券组合的必要条件。

再次,由于证券市场上的股票价格在波动,因此,一种有效的证券组合是不能保持长期的最佳状态的,这就需要根据证券市场上的实际情况重新加以组合和计算,对于两种或三种证券的组合计算,是手工劳动就能应付的。而对于三种以上证券组合的运算,必须借助于电子计算机来完成。电子计算机的迅猛发展为这种经常性的演算提供了有利的条件。

*“牛市”投资即当股价上升时,购买看涨期权能够获利。“熊市”投资即当股价下跌时,购买看跌期权能够获利。因为期权价值取决于市场的运动,因此购买期权也可看作直接购进和卖出证券的替代行为。