

□ 谢志刚

## 效用分析与保险定价决策研究

厘订保险费率和稳定公司财务是保险研究中的两个核心问题。保险公司在对损失风险进行评估的基础上,通过收取合理的保费,并决定合理的自留额和准备金数额,使公司保持良好的运作状态。保险公司的管理水平在很大程度上取决于管理者在这几个核心问题上的决策。但相对说来,厘订保险费率的决策是更为基本的问题,正象研究商品的价格是经济学中的基本问题一样,保险产品的定价问题是保险经济学的基础,其特殊性仅在于这里不是对实实在在的产品而要是“对风险”定价。本文拟从保险经济学、从合理决策的角度出发讨论保险定价问题。

### 一、费率与保险经济学

既然对保险产品定价实质上是对“风险”定价,讨论这个问题的前提便是对“风险”这个概念应有明确的界定和表达。但这个问题在理论上并未得到很好的解决,对风险的定义各种各样、五花八门,还没有一个被普遍接受的观点。本文讨论的出发点是:假定风险可以被表达为一个金额值随机变量的概率分布,这个随机变量可以理解为通常说的“损失”。这样一来,保险定价在形式上就是要建立一种(价格)尺度,使之可以用一种确定的量(保费)去衡量一个不确定的损失分布。但随之产生的问题便是由谁来决定这种价格尺度以及它的合理性体现在什么地方?这是保险经济学首先应该回答的问题。

经济理论不是唯一的,甚至在原理和方法上都完全不同的理论体系却在讨论同一对象,其特点都是从一组基本的假定出发,然后做到自圆其说。比如,可以从马克思主义经济学的劳动价值论出发,讨论保险产品的使用价值和交换价值,进而制定出保费的具体定价方法。由于国内学者已经在这方面有了较多的研究,本文拟从西方经济学中的效用理论、从合理决策的角度去讨论保险定价问题。笔者并不认为后者一定有比前者或其他理论更优越的地方,事实上,在本文中笔者将主要讨论这套理论方法中存在的一系列问题,但如果为了避免可能出现的争议而放弃对其理论基础的研究,而直接从现存的保险定价方法如“纯保费+附加保费”的模式着手,即把风险度量的尺度限定在随机变量一、二阶矩的(线性)组合范围内,势必要限制对风险的处理方法,继续把传统保险学中的风险处理方法与金融系统中广泛存在的风险问题完全分割开来,这样会把保险学的研究限制在一个十分狭窄的范围内,与现代金融业的多功能化和综合化发展趋势不相协调,使保险学的理论研究远远的落后于保险实践。

本文为《中国社会保障与保险论坛》资助项目。

为此,我们分别从投保人和保险人的价值结构来看看保费定价的“合理性”。假定某人拥有价值为  $w$  的财产,但这笔财产面临着某种潜在损失,这一风险被表示为随机变量  $X$ ,满足  $0 \leq X \leq w$ ,其概率分布记为  $[X]$ 。现在的问题是他(她)应付出多大一笔保费  $H$  去(全额)投保这笔财产?根据西方经济学的基本假设,保费  $H$  对财产拥有人来说是越少越好,所愿意付出的最高保费(临界值)是当“投保的效用”等于“不投保的效用”时的解。若决定投保,则无论损失是否发生,财产拥有人仅损失付出的保费,仍确定地拥有  $w-H$ ,设它相对于拥有人的主观价值即“效用”为  $v(w-H)$ ;若决定不投保,则其财产实际上为随机变量  $w-X$ ,记其概率分布为  $[w-X]$ ,假定它相对于财产拥有人的“效用”用大写字母  $V$  表示,记为  $V([w-X])$ 。因此,对财产拥有人来说,保费  $H$  应满足:

$$v(w-H) \geq V([w-X]) \quad (1)$$

$H$  越大,  $w-H$  越小,投保的效用  $v(w-H)$  也就越小,当  $H$  高到使等号成立时,保与不保都无所谓了,财产拥有人愿意接受的最高保费  $H$  是使得上式等号成立时的解。

再从保险人的角度考虑,若要承保,则可以在保险人原来财富  $s$  上增加一笔保费收入  $P$ ,但得替投保人承担风险,其财富变成了随机变量  $s+P-X$ ,保险人应该收取多少保费去承保财产拥有人的风险呢?类似地, $P$  对保险人来说是越高越好,设保险人关于确定量和关于随机变量分布的效用分别记为  $u$  和  $U$ ,则对保险人“合理”的承保保费  $P$  应满足效用不等式:

$$U([s+P-X]) \geq u(s) \quad (2)$$

$P$  越小,要承保的效用  $U([s+P-X])$  也就越小,当  $P$  小到使等号成立时,承保已无任何吸引力,所以保险人愿意接受的最低保费  $P$  是使得上式等号成立时的临界值。

因此,只有当投保人愿意付出的最高保费  $H$  大于保险人愿意接受的最低保费  $P$  时,一份保险合同才能够在介于  $P$  和  $H$  之间的价位成交,这样的价格才是互利的,因而是“合理”的。

## 二、效用、期望效用

在讨论究竟怎么才能够确定保险人和投保人各自的主观效用函数之前,我们先分析一下决定保费价格的效用方程(1)和(2)的含义。考虑到保险人和投保人的共性,先统称他们为决策者,设其关于财富的效用函数为  $u(x)$ ,关于随机变量分布的效用函数为  $U([L])$ 。这样一来,确定决策者临界保费的效用方程在形式上便是:

$$u(x) = U([L]) \quad (3)$$

方程的左边是一个确定值的效用,右边是一个概率分布即风险和效用,它相对于左边说要复杂得多。如何计算一个概率分布的效用值呢?

根据期望效用理论<sup>①</sup>,  $U([L])$  可以转化为随机变量  $L$  所取值的效用的平均值,即期望效用值。设  $L$  的取值范围在  $[a, b]$  之内,其效用函数为  $u(x)$ ,分布函数为  $F(x)$ ,则有:

$$U([L]) = E[u(x), F(x)] = \int_{x \in [a, b]} u(x) dF(x) \quad (4)$$

按照这个公式,一旦决策者关于财富的效用函数  $u(x)$  得以确定,便可以通过计算期望效用值和解效用方程(1)和(2)来确定(临界)保费。由于受篇幅限制,作者在此删去了应用效用理论于保险定价分析的四个例子。

但决策者关于财富的效用函数  $u(x)$  如何得以确定呢?这是一种带有普遍性的怀疑。我们把关于这个问题的讨论留到下一节进行。

### 三、关于效用理论的质疑

效用理论一直是研究在风险和不确定条件下进行合理决策的理论基础,保险研究中的保费定价、决定合理的准备金、自留额以及选择合理的财务方案都可以以最大期望效用原则作为决策的标准。从技术上说,效用函数方法也是用于描述和度量保险消费者的风险态度和偏好的主要途径。北美保险精算师协会已经把效用理论纳入精算师资格考试的必考内容之一。然而,效用理论和方法在实际中并没有得到广泛应用,相反,人们对它的适用性提出普遍的怀疑。

最常见的质疑是说,效用函数是一种主观的、因人而异并难以确定的东西,实际中不可能去讨论每个人具体的效用函数然后作出相应的决策。既然如此,研究以效用函数为基础的决策方法只能是纸上谈兵而已。

确实,要精确地获得一个效用函数几乎是不可能的,把效用方法套用于实际决策问题是难以实际操作的。在保险实际中,被广泛应用的是“纯保费+附加保费”即“均值——方差”方法。在寿险定价中,甚至连方差也不用,只要把纯保费即损失分布的平均值作为定价的标准就可以了,既“客观、公正”,又方便实用。

但有趣的是,贝尔努里在 1738 年首次提出“效用”这个概念正是出于对以(计算纯保费的)金额期望值作为决策标准的质疑而提出的,这个故事被称为圣彼德堡悖论。传说当时在圣彼德堡街头流行着一种赌博,规则是由参加者先付一定数目钱。比如 100 卢布,然后掷分币,当第一次出现人像面朝上时一局赌博终止;如果到第  $n$  次才出现了人像朝上,参加者收回  $2^n$  个卢布, $n=1,2,3,\dots$ 。决策人面临的问题是究竟参不参加赌?

假定分币的形状是均匀的,则第  $n$  次投掷才出现像朝上的概率为  $p(n)=2^{-n}$ ,相应的回报值为  $2^n-100, n=1,2,3,\dots$ 。因此,“参加赌”所对应的平均回报即金额期望值为  $E=\sum_{n=1}^{\infty} (2^n-100)2^{-n}=+\infty$ ,照此看来,似乎只花 100 卢布就可以赢得(平均来说)“无穷多卢布”,参加赌是绝对合算的。可是实际情况与此相反,总是掷不了几次就结束,极少有收回 100 卢布以上的情况。这个事实说明金额期望值不能真实地反映决策者关于策略的真实偏好,从而不能用于作为评价策略优劣的标准,那么究竟应该用什么作为标准呢?

贝尔努里对这个问题的解答是在他 1738 年提出的两条著名原理,这两条相关的原理至今仍是经济学中最基本的原理:

**边际效用递减原理:**个人对商品和财富所追求的满足程度由其相对于他的主观价值——效用值来衡量,商品和财富的效用值随着其绝对数量(或者货币单位量)的增加而逐渐递减。

**最大期望效用原理:**在具有风险和不确定条件下,个人以追求最大期望效用值而不是以追求最大期望货币值作为行动准则。

贝尔努里提出这两条原理的目的是为了“描述”而不是为了“规范”人们在风险和不确定条件下的决策行为。但后来代表性学派的经济学家们逐渐把效用原理规范化并把它作为经济学和许多相关学科如信息经济学、决策分析、博弈论以及统计决策等学科的理论基础,这个过程的形成经历了两个世纪的时间和经过许多代人跨学科的努力,代表性的工作是由 von Neumann 和 Morgenstern 1944 年在他们的名著《博弈论与经济行为》中完成的,其特点是预先规定一组代表性的“合理行为”假设,只要决策者同意这组假设,就可以逻辑性地推导出他关于概率分布的效用可以按公式(4)来计算。我们通常说的效用理论就是指由贝尔努里最早提出,

但由 von Neumann 和 Morgenstern 完成其理论体系的期望效用理论,又称为线性效用理论。

因此,效用理论是基于决策者个人的一套主观的公理化理论,它具有很强的理论指导作用。

1. 实际保险定价中常用的“均值原理”和“方差原理”等不过是期望效用的特殊形式而已,它们对应着一、二次多项式等简单的效用函数或者其概率分布的二阶以上矩为零的情况。在其它情况下,“均值原理”和“方差原理”等定价规则都失去了“合理行为”的理论依据。

2. 在多数情况下,并不需要精确地确定一个效用函数,只要给出保险人的效用函数属于某种类型,便可推导出若干重要的理论结果。由于效用函数是主要被用于描述个人对于风险的态度和偏好,能够分辨出某类人,比如在某地从事某种职业的同一群人的效用函数类型,对于设计出针对这群人的某个险种无疑是重要的。

3. 以纯保费为标准的定价方法并非真正具有“客观性”,它的主观性包含在评估损失分布即包含在对风险的评估过程中了。特别是在非寿险中,无论是损失的程度大小还是损失出现的概率都不大可能有在相同条件下重复出现的统计数据的支持,大数定理成立的前提条件极少有完全满足的时候,主观判断往往起着主导作用。

另一种质疑则是相对于效用理论本身的合理性而言的,这是一种更为深刻的挑战。人们发现多数决策者的决策行为往往与期望效用理论所规范的“合理决策”模式不相吻合,其中最著名的例子有 Allais 悖论。不仅如此,经济学家、保险学家、决策理论家以及行为心理学家等分别从合理行为途径(Rational Approach)和描述途径(Descriptive Approach)两个方向系统地研究了应用效用理论的诸多问题。有一系列的实验证据表明,这套规范化的合理决策理论本身的“合理性”是有问题的,因此,从这套合理行为公理假设推出的用于计算概率分布的公式(4)是有问题的。

80 年代以来,已经有一系列的研究试图放宽期望效用理论中关于“合理行为”的假设,并发展了一系列的用于计算概率分布的效用的非线性表达方法,常称为非线性效用理论,普遍认为非线性模型更接近人们的实际偏好。但这些理论都具有相当的复杂程度,这些模型被用于保险学研究也许还有一段时间。

#### 四、总结和展望

保险学说到底是一门关于如何用财务手段处理风险的学科,保险定价实质上就是对风险定价。但保险学中的风险决不应该仅仅指自然灾害可能带给人们的潜在损失,保费的定价也不应该完全基于损失分布中包含的信息,它与保险公司的经营尤其是投资经营活动直接相关。因此,必须要发展一套系统的关于处理风险的理论和方法。

问题是连风险的定义都还没有一个确切的说法,在本文中,风险被“定义”为一个(金额值)随机变量的概率分布,没有进一步区分这个随机变量究竟单单指损失还是可以包含赢利收益的情况,更没有用这个分布的某个数值特征比如“方差”或“标准差”等来定义风险。即使如此广泛的一个定义,也未必就能够包含风险在保险实践中的真实含义。比如,保险中的风险真的能够被表达为一个概率分布吗?哪怕是一个主观估计的概率分布?保险中的保费制定等问题究竟在多大程度上取决于对风险的量化?

对此问题的回答已经展开了一个以人工智能方法和以计算机技术为主要工具的研究领域,其基本思想是对不确定性进行分类,分辨出究竟哪些情况下是可以用概率或其他工具量化的,哪些不能。对于没有量化工具的不确定性或风险,是否可以用半量化或者纯定性的方法达到同样的决策目的?这是一个非常活跃的研究方向,它的研究进展肯定会影响着保险和与风险直接相关的学科。

即使把风险研究限制在概率分布的框架之内,也至少可以从三条途径去研究风险。第一条是从概率分布的数值特征出发,通过概率分布的某些矩来比较和度量风险,这是最常见和“实用”的途径;第二条途径是本文中讨论的效用理论方法,是从经济学、从合理决策的角度去研究风险以及风险在决策中的作用,这是一条主观途径具有很浓厚的理论特点;第三条称为“随机优势方法”(Stochastic Dominance Approach)也许介于前面两者之间,它不通过数值特征中包含的部分信息去比较概率分布即风险的大小,也不强调这种比较尺度是基于某个决策者的观点,而是探求一系列相应于某一类人的比较尺度,这似乎是一条很有前景的研究途径,但也具有相当的理论难度。

总之,对保险定价的研究关键在于对风险度量研究,进一步又可以区分为度量保险人和保险消费者的风险态度和偏好以及度量与他们的某种行为有关的风险大小。一旦这个问题得到某种程度上的解决,保险学的理论和方法就会更加丰满。

---

#### 注释:

①要叙述期望效用的基本定理需要用较长的篇幅,这里直接给出结论,有关期望效用理论的系统介绍,可参见文献[2]、[3]、[5]、[11]、[14]等。

#### 参考文献:

[1]Bemoulli, D. (1738). Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica* 22 (1954), 23—36. Translated by L. Sommer from “Specimen theoriae novae de mensura sortis,” *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* 5(1738), 175—192.

[2]Fishburn, P. C. (1970). *Utility Theory for Decision Making*. Wiley, New York.

[3]Fishburn, P. C. (1988). *Nonlinear Preference and utility theory*. Baltimore: Johns Hopkins University Press.

[4]Fischhoff, B. (1985). Managing risk perceptions. *Issues in Science and Technology*, 2(1), 83—96.

[5]French, S. (1986). *Decision Theory: an Introduction to the Mathematics of Rationality*. Ellis Horwood, Chichester.

[6]French, S and Xie, Z. (1994). A perspective on recent developments in utility theory, in *Decision Theory and Decision Analysis: Trends and Challenges*, edited by Sixto Rios, Kluwer.

[7]Krause, P. and Clark, D. (1993). *Representing Uncertain Knowledge: An Artificial Intelligence Approach*, Intellect, Oxford.

[8]Levy, A. (1992). Stochastic dominance and expected utility. *Management Science* 38, 555—593.

[9]Menger, C. (1967). The role of uncertainty in economics. *Essays in Mathematical Economics* (ed. M. Shubik, p211—231). Princeton, NJ: Princeton University Press.

[10]Ramsay, C. M. (1987). Loading gross premiums for risk without using utility theory, *Transactions*, Vol XLV, p305—348.

[11] von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

[12]Xie, Z. (1996). Towards a constructive and act—conditional approach to decision making in presence of uncertainty. PhD thesis, The School of Computer 89 Studies, University of Leeds.

[13]刘茂山:《保险经济学》,南开大学出版社,1999年。

[14]郑权、谢志刚:《决策论基础》,《自然杂志》1989年第3期。

(作者系上海财经大学博士后;单位邮编:200433)