

□ 朱保华

收入分配差别的量度研究

内容提要:本文主要围绕 Lorenz 曲线探讨收入分配度量指标体系的价值判断问题,并从价值判断的角度对 Lorenz 曲线与各种收入分配指标之间的价值判断关系进行讨论,提出在应用收入分配的度量指标讨论收入分配问题时应注意其内在的价值判断标准。

关键词:收入分配指标 社会福利函数 Lorenz 曲线 Gini 系数 对数正态分布 Pareto 分布

作者简介:朱保华,男,生于1963年10月,日本国九州大学经济学博士,现任上海财经大学经济学系教授、博士生导师。

通常,收入分配理论分为功能分配理论和规模分配理论两个方面。收入的功能分配理论主要是解释社会最终产品在各种生产要素中如何分配的问题。收入的规模分配理论的研究重点是说明收入在各个经济主体之间的分配情况。通常,收入的规模分配理论的主要内容是个人分配理论,所以本文就 Lorenz 曲线及其与 Lorenz 曲线相关的收入分配的统计描述和规范评价的问题作些理论探讨,就当前收入分配分析中所需注意的一些问题提出一些个人看法。

为便于收入分配的统计描述,假定由 N 人组成经济的各成员按收入大小进行排序,第 i 成员收入为 x_i 时,整个社会的收入分配可以通过向量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N)$ 表示,与收入分配 x 相对应的分布函数为 $F(x)$ 。如果能利用收入分配 x 的分布函数 $F(x)$ 在一元空间上定义相关的收入分配评价函数 $\lambda(x)$,则我们可以将收入分配评价函数 $\lambda(x)$ 作为衡量收入分配的不平等尺度。对于两个不同的收入分配 x^A 和 x^B ,如果 $\lambda(x^A)$ 小于 $\lambda(x^B)$,则我们认为收入分配 x^A 要比收入分配 x^B 平等。一般地,我们也可以在收入分配 x 的分布函数 $F(x)$ 基础上将收入分配评价函数 $\lambda(F)$ 定义在相应的函数空间。此时,对于两个收入分布 x^A 和 x^B 的分布函数 $F(x^A)$ 和 $F(x^B)$,如果 $\lambda(F^A)$ 大于 $\lambda(F^B)$ 的话,就认为收入 x^B 要比收入分配 x^A 平等。

一般来说,Lorenz 曲线是弱价值判断标准下的不平等顺序尺度。在 Lorenz 曲线不发生相互交叉的情况下,通过 Lorenz 曲线对收入分配进行价值判断是非常有效的。在两个收入分配所对应的 Lorenz 曲线相互交叉的情况下,通过 Lorenz 曲线对两个收入分配状况进行整体的价值判断是非常困难的。当然,在 Lorenz 曲线发生相互交叉的时候,通过对 Lorenz 曲线的交叉处进行分割,并对分割后的部分进行评价也是可能的。

现在用连续变量 x 表示收入,收入低于 x 的累计人口百分比与收入 x 的相关的分布函数 $F(x)$ 来表示,则 Lorenz 曲线的坐标可以表示成以下形式。

$$(F(x), F_h(x)) = \left(\int_0^x f(t)dt, \frac{1}{\mu} \int_0^x t f(t)dt \right), \quad \mu = \int_0^\infty x f(x)dx \quad (1)$$

此时, μ 代表与 Lorenz 曲线所对应的收入分配的平均收入。事实上, Lorenz 曲线对横轴成凸状的, 作为因变量的收入累积百分比 $F_h(x)$ 是自变量的人口累积百分比 $F(x)$ 的凸函数。首先, 计算收入累积百分比 $F_h(x)$ 对累积收入百分比 x 的导函数可以得到以下关系式。

$$\frac{dF_h(x)}{dx} = \frac{xf(x)}{\mu} \quad (2)$$

其次, 计算收入累积百分比 $F_h(x)$ 对累积人口百分比 $F(x)$ 的一阶导函数可以获得以下结果。

$$\frac{dF_h(x)}{dF(x)} = \frac{dF_h(x)/dx}{dF(x)/dx} = \frac{xf(x)/\mu}{f(x)} = \frac{x}{\mu} > 0 \quad (3)$$

进一步地计算收入累积百分比 $F_h(x)$ 对累积人口百分比 $F(x)$ 的二阶导函数可以得到以下关系式。

$$\frac{d^2F_h(x)}{dF^2(x)} = \frac{d}{dF} \left(\frac{dF_h(x)}{dF(x)} \right) = \frac{d}{dF} \left(\frac{x}{\mu} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{dx}{dF(x)} = \frac{1}{\mu f(x)} > 0 \quad (4)$$

根据收入累积百分比 $F_h(x)$ 对累积人口百分比 $F(x)$ 的一阶导数和二阶导数均为正的结果可知, Lorenz 曲线确实是对横轴成凸状的。

需要注意的是, 当全社会成员获得完全相等的收入 μ 时, 由于 Lorenz 曲线的横坐标 $F(x)$ 和其纵坐标 $F_h(x)$ 相同, Lorenz 曲线就变成连接点 $(0, 0)$ 和点 $(1, 1)$ 的对角线。理论上, 我们将表示收入分配绝对平等的理想状态的对角线形的 Lorenz 曲线称为均等分布线。一般情况下, 当 $x = \mu$ 时, Lorenz 曲线和均等分布线的垂直距离最大。事实上, 可以定义函数 $\Phi(x) = F(x) - F_h(x)$ 来证明上述性质。根据函数 $\Phi(x)$ 的定义, 可以分别求得函数 $\Phi(x)$ 对 $F(x)$ 的一阶和二阶导数。

$$\frac{d\Phi(x)}{dF(x)} = 1 - \frac{x}{\mu}, \quad \frac{d^2\Phi(x)}{dF^2(x)} = xf(x) \quad (5)$$

根据函数 $\Phi(x)$ 取最大值的必要条件可知, 函数 $\Phi(x)$ 在 $x = \mu$ 时取最大值, 并且它的二阶导数为正。因而, 当 $x = \mu$ 时, Lorenz 曲线和均等分布线之间的垂直距离最大。

上述的 Lorenz 曲线与在收入分配研究中经常利用的 Pareto 分布和对数正态分布有着密切的关系。

首先, Pareto 分布和 Lorenz 曲线之间存在着以下关系: 当收入分配 x 服从于 Pareto (α, x) 分布时, 与其相对应的 Lorenz 曲线的纵坐标 $F_h(x)$ 为 $1 - (1 - F(x))^{(\alpha-1)/\alpha}$ 。对此, 我们可以证明如下。在 $x \geq x_0$ 时, 将 Pareto 分布定义如下:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^{-\alpha} \quad (6)$$

根据 Pareto 分布定义可知其密度函数 $f(x)$ 为 $\alpha x_0^\alpha x^{-\alpha-1}$ 。注意到只有在 $\alpha > 1$ 时才存在平均收入 $\mu = \frac{\alpha x_0}{\alpha - 1}$, 则 Pareto 曲线的纵坐标 $F_h(x)$ 就可以表示成以下形式:

$$F_h(x) = \frac{1}{\mu} \int_{x_0}^x \alpha x_0^\alpha x^{-\alpha} dx = \frac{\alpha - 1}{\alpha x_0} \alpha x_0^\alpha \left(-\frac{x^{-\alpha+1}}{\alpha - 1} + \frac{x_0^{-\alpha+1}}{\alpha - 1} \right) = 1 - (1 - F(x))^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \quad (7)$$

从收入分配的实证结果看, Pareto 分布能很好地描述高收入阶层的收入分配状况, 但它不能很好地说明低收入阶层的收入分配状况, 所以在实际分配中往往将 Pareto 分布用于描述高收入

阶层的收入分配状况。

其次,对数正态分布和 Lorenz 曲线之间存在着以下关系:收入分配 x 服从均值和方差分别为 μ 和 σ^2 的对数正态分布,利用对数正态分布的分布函数 $F_\sigma(x)$ 可以将 Lorenz 曲线的纵坐标 $F_h(x)$ 表示成 $F_\sigma(F_\sigma^{-1}(F(x))-\sigma^2)$ 。对此可以证明如下。现在将与对数正态分布相对应的 Lorenz 曲线的纵坐标 $F_h(x)$ 用以下公式表示:

$$\begin{aligned} F_h(x) &= \frac{1}{\exp\left\{\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right\}} \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right\} dx \\ &= \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu - \sigma^2)^2\right\} dx \\ &= F_\sigma(F_\sigma^{-1}(F(x)) - \sigma^2) \end{aligned} \quad (8)$$

和 Pareto 分布相反,对数正态分布适用于对中低收入阶层的收入分配状况的分析,但不适用于对高收入阶层的收入分配状况的分析。

如果与收入分配 x_A 相对应的 Lorenz 曲线 L_A 位于与收入分配 x_B 相对应的 Lorenz 曲线 L_B 之上,则认为收入分配 x_A 优于收入分配 x_B 。在此,Lorenz 曲线 L_x 位于 Lorenz 曲线 L_y 之上的含义是指,对于任意的 $0 \leq z \leq 1$ 存在关系式 $F_h^x(z) \geq F_h^y(z)$ 。通常,将 Lorenz 曲线 L_x 在 Lorenz 曲线 L_y 之上表示成 $L_x \geq L_y$ 。

此外,我们也可以通过转移原理来讨论 Lorenz 曲线之间的相互关系。一般情况下,我们将转移原理定义为:如果在保持收入高低顺序不变,将相对收入高的阶层的一部分收入转移给相对收入低的阶层,则收入分配的不平等程度得到改善。现在用符号 $T_x \geq T_y$ 来表示,对于收入分配 x 和 y ,通过对收入分配 x 运用有限次的转移原理可以使得收入分配 x 变得与收入分配 y 相同。Rothschild and Stiglitz[1973]证明了在收入分配 x 和 y 的平均收入相等时,从 $T_x \geq L_y$ 的成立可以推出 $T_x \geq T_y$ 成立的结论。当然,将转移原理运用到根据 Lorenz 曲线顺序所确定优劣的收入分配,则可以使得有优劣顺序的收入分配变成完全相同的收入分配。

需要注意的是,在两条 Lorenz 曲线不相交时,我们可以通过转移原理来确定与不同收入分配相对应的 Lorenz 曲线的优劣,但为说明两条相交 Lorenz 曲线所对应的收入分配的相互优劣关系,我们需要对 Lorenz 曲线进行适当的分解处理。

在两条 Lorenz 曲线的相交处 $(F(x_0), F_y(x_0))$ 将 Lorenz 曲线进行分解意味着将所要研究的收入分配分解成两部分,即下侧部分 $[0, x_0]$ 和上侧部分 $[x_0, \infty]$ 。现在将分解前的 Lorenz 曲线定义成以下形式。

$$\left(\int_0^x f(t) dt, \frac{\int_0^x tf(t) dt}{\int_0^\infty tf(t) dt} \right) \quad (9)$$

则分解后 Lorenz 曲线的下侧部分 $L_L(x)$ 和上侧部分 $L_U(x)$ 可以分别表示如下。

$$L_L(x): \left(\frac{\int_0^x f(t) dt}{F(x_0)}, \frac{\int_0^x tf(t) dt}{\int_0^{x_0} tf(t) dt} \right), \quad L_U(x): \left(\frac{\int_{x_0}^x f(t) dt}{1-F(x_0)}, \frac{\int_{x_0}^x tf(t) dt}{\int_{x_0}^\infty tf(t) dt} \right) \quad (10)$$

需要注意的是,分解后的 Lorenz 曲线有以下性质:如果平均收入相等的两个收入分配 x 和 y 的 Lorenz 曲线在某点相交,则由该交点分割后所得到的收入分配的上侧部分和下侧部分的均

值也相等。对上述性质可以通过以下步骤证明。现在假定两条 Lorenz 曲线在 $F(x_0)=G(y_0)$ 处相交,均值为 μ_F^L 的分布函数 $F(x)$ 在 $x < x_0$ 部分的分布函数表示成 $F_L(x)$,均值为 μ_G^L 的分布函数 $G(y)$ 在 $y < y_0$ 部分的分布函数表示成 $G_L(y)$ 。此时,与分布函数 $F_L(x)$ 和 $G_L(y)$ 相对应的 Lorenz 曲线的纵坐标分别表示成以下形式:

$$F_h^L(x_0) = \frac{1}{\mu} \int_0^{x_0} tf(t)dt = \mu_F^L, \quad G_h^L(y_0) = \frac{1}{\mu} \int_0^{y_0} tg(t)dt = \mu_G^L \quad (11)$$

由于在 Lorenz 曲线相交处有 $F_h(x_0)=G_h(y_0)$,所以根据上式可知 $\mu_F^L = \mu_G^L$ 成立。根据同样方法可以证明分割后的收入分配的上侧部分的均值也相等。

从分割后 Lorenz 曲线的上侧部分和下侧部分的均值相等的关系出发,如果原来收入分配的均值相等,则我们对分解后的各收入分配进行评价是可能的。也就是说,在对 Lorenz 曲线相交的两个收入分配进行相对评价时,只要将原来的 Lorenz 曲线重新分成两条 Lorenz 曲线后就可进行相对评价。需要注意的是根据 Lorenz 曲线的相交位置,我们不能对分解前的收入分配和分解后的收入分配处于何种位置关系作出确定性的判断。

在出现负收入时,Lorenz 曲线会变成什么样呢?只要注意到即使出现负收入,公式(3)和(4)也应该成立的事实,我们就可以得到下表所示的结果。

包含负收入的 Lorenz 曲线

x	$-\infty$	0	μ	∞
$F(x)$	0	$F(0)$	$F(\mu)$	1
$F'(x)$	-	0	+	+
$F_h(x)$	0 ↘	$H(0) < 0$	↗ $H(\mu)$	↗ 1

由于包含负收入的 Lorenz 曲线与表示累计人口百分比的横轴相交并保留一般 Lorenz 曲线所具有的性质,所以包含负收入的 Lorenz 曲线也能够作为评价收入分配状况的基准。根据 Hanoch and Levy[1969]的研究,含有负收入的各种收入分配之间的评价问题只不过是利用了具有 $F(-\infty)=0$ 和 $F(\infty)=1$ 性质的非减的右连续分布函数而已。所以,存在负收入时,我们可以在 $(F(0), H(0))$ 处对收入分配 y 的 Lorenz 曲线进行分割的基础上忽视负收入而仅对 Lorenz 曲线的上侧部分进行评价。这样,忽视负收入的 Lorenz 曲线可按以下公式定义:

$$\left(\frac{\int_0^y f(t)dt}{1-F(0)}, \frac{\int_0^y tf(t)dt}{\int_0^{\infty} tf(t)dt} \right) \quad (12)$$

为更好地对忽视负收入的 Lorenz 曲线进行考察,我们首先证明以下定理:分布函数在 $x_0 \in [0, \infty)$ 和 $y_0 \in [0, \infty)$ 处满足 $F(x_0)=G(y_0)$ 的话,则等式 $G_h(y_0) \geq F_h(x_0)$ 成立。为证明上述定理,我们先定义以下函数:

$$F(x_0)=G(y_0) = \frac{F(y_0)-F(0)}{1-F(0)} \quad (13)$$

利用上式与分布函数性质 $F(0) \geq 0$ 和 $1-F(x_0) \geq 0$ 可以得到以下公式:

$$F(y_0)-F(x_0) = F(0)[1-F(x_0)] \geq 0 \quad (14)$$

根据上式可知,在 $x_0 \in [0, \infty)$ 时,由于 $F(y_0) \geq F(x_0)$ 和函数 $F_h(x)$ 是分布函数 $F(x)$ 的增加函数,所以关系式 $F_h(y_0) \geq F_h(x_0)$ 成立。

从分布函数 $F(x_0)$ 得到忽视负收入的分布函数 $G(x)$ 时,对 Lorenz 曲线而言有关系 $L_x \geq L_y$ 存在。换言之,对满足 $F(x_0)=G(y_0)$ 的 x_0 和 y_0 ,Lorenz 曲线的纵坐标之间存在关系式 $G_h(y_0) \geq F_h(x_0)$ 。对此可以证明如下。在 $x_0 \leq 0$ 时, $F_h(x_0) \leq 0$ 成立,因而对于任何 y 存在 $F(y) \geq 0$ 使得 $F_h(x_0) \leq G_h(y_0)$,故能得到所需结论。在 $x_0 \geq 0$ 时,注意到与分布函数 $F(x)$ 相对应的收入分配的均值 μ 和与分布函数 $G(x)$ 相对应的收入分配均值 μ_G 之间存在关系式 $\mu_G(1-F(0)) = \mu$,并且利用性质 $F_h(y_0) - F_h(x_0) > 0$ 和 $F_h(0) < 0$ 可以得到以下关系式:

$$\begin{aligned} G_h(y_0) - F_h(x_0) &= \frac{F_h(y_0) - F_h(0)}{1 - F(0)} \cdot \frac{\mu}{\mu_G} - F_h(x_0) \\ &= F_h(y_0) - F_h(x_0) - F_h(0) > 0 \end{aligned} \quad (15)$$

需要注意的问题是利用忽视负收入的 Lorenz 曲线来分析收入分配时存在夸大收入不平等度的倾向。所以,利用 Lorenz 曲线对收入分配不平等度进行分析时需要特别注意负收入的问题。

通常,收入分配分析往往不假定收入分配服从何种分布而直接利用 Lorenz 曲线。这个做法的合理性不仅在于通过转移原理可以将 Lorenz 曲线正当化,而且在于可以从社会福利函数角度对 Lorenz 曲线进行正当化。Atkinson[1970]指出,如果 $f(x)$ 和 $g(y)$ 分别表示与收入分配 x 和 y 所对应的密度函数,在收入分配 x 和 y 的平均收入相等,并且效用函数 U 为凹函数时,存在以下关系式:

$$X \geq_L Y \Leftrightarrow \int_0^{\infty} U(x)f(x)dx > \int_0^{\infty} U(y)g(y)dy \quad (16)$$

上述结果也被称为 Atkinson 命题。根据 Atkinson 命题可知,如果 Lorenz 曲线不相交,在非常一般的条件下,根据社会福利函数对收入分配进行优劣评价和根据 Lorenz 曲线对收入分配进行优劣评价所得到的结论是一致的。虽然以 Atkinson 的命题为契机,我们能就社会福利函数和 Lorenz 曲线的关联性问题进行一般讨论,但在现实生活中,往往是需要对平均收入不同的两个收入分配状况进行比较分析。

在理论上,由于 Lorenz 曲线的纵轴为收入累计百分率,如果社会成员的收入按照同等比例发生变化的话,Lorenz 曲线的形状也不应该发生变化;所以可将两个收入分配中的一个收入分配状态中的所有成员的收入转化为另一个收入分配状态中的所有成员的收入的一个常数倍而进行分析。需要指出的是,在绝对收入型的社会福利函数的基础上,利用 Lorenz 曲线可以对平均收入不同的收入分配进行评价。

根据 Lorenz 曲线来分析收入分配的优劣时,如果不同的 Lorenz 曲线发生相交,则可能出现不能判定各收入分配优劣的情况。由于人们通常对优劣的判断是模糊的,同时偏好关系也不一定如终保持完备性,所以对收入不平等进行价值判断是必要和不可避免的,这也意味着 Lorenz 曲线的相互位置关系包含着严格的价值判断成份。

尽管根据 Lorenz 曲线的相互位置关系对收入分配进行评价在某种程度上具有可取之处,但通过 Lorenz 曲线对收入分配进行评价也存在着一些不足之处。为消除 Lorenz 曲线的不足之处,通过测算 Lorenz 曲线和均等分布线所围面积或最大距离来对收入分配进行评价。此外也可以考虑用 Lorenz 曲线的长度作为测算收入分配不平等的尺度。以下从收入转移原理的角度对以上提到的各种收入分配的不平等尺度进行简单的探讨。

在收入分配的不平等尺度中最常使用的是 Gini 系数,而且 Gini 系数是以 Lorenz 曲线和均等分布线所围面积作为收入分配的不平等尺度。一般情况下,收入为连续变量的 Gini 系数

G 可以定义成以下形式:

$$G = 1 - 2 \int_0^1 F_h(t) dF(t) = -1 + \frac{2}{\mu} \int_0^{\infty} tF(t)f(t)dt \quad (17)$$

如果存在负收入,只要平均收入 μ 大于零,则可以根据上式将 Gini 系数 G 定义成以下形式。

$$G = -1 + \frac{2}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} tF(t)f(t)dt \quad (18)$$

与通常的 Gini 系数相比,允许负收入存在的 Gini 系数 G 不一定满足 $0 \leq G \leq 1$ 的条件,存在 G 大于 1 的可能性。

直观上,也可以将 Lorenz 曲线和均等分布线的纵向距离作为收入分配的不平等尺度。通常与平均收入 μ 相对应的 Lorenz 曲线和均等分布线的纵向距离定义成 Schutz 系数 S ,它可以表示成以下形式:

$$S = F(\mu) - F_h(\mu) \quad (19)$$

尽管收入分配的不平等尺度的 Schutz 系数 S 也适用于包含负收入的情形,但和 Gini 系数一样,它也有可能不满足条件 $0 \geq S \geq 1$ 。

此外,以 Lorenz 曲线的长度 l 作为收入分配不平等尺度也是可能的。一般情况下,Lorenz 曲线的长度 l 可通过以下公式计算得到。

$$\begin{aligned} l &= \int_0^{\infty} \sqrt{\left(\frac{dF(x)}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dF_h(x)}{dx}\right)^2} dx \\ &= \frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} \sqrt{\mu^2 + x^2} f(x) dx \end{aligned} \quad (20)$$

可以证明,Lorenz 曲线的长度 l 的最小值为 $\sqrt{2}$,最大值为 2。为使收入分配的不平等尺度能处于 0 和 1 之间,我们将收入分配不平等尺度 L 定义成以下形式,使其满足条件 $0 \leq L \leq 1$ 。

$$L = \frac{l - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \quad (21)$$

这样,根据 Lorenz 曲线的长度来定义的不平等尺度 L 可表示成以下形式。

$$L = \frac{1}{(2 - \sqrt{2})\mu} \left[\int_0^{\infty} \sqrt{\mu^2 + x^2} f(x) dx - \sqrt{2} \right] \quad (22)$$

在存在负收入时,上述的收入分配的不平等尺度 L 可以相应地表示成以下形式。

$$L = \frac{1}{(2 - \sqrt{2})\mu} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\mu^2 + x^2} f(x) dx - \sqrt{2} \right] \quad (23)$$

在 Lorenz 曲线不相交时,上述的三个收入分配不平等尺度互不矛盾,但各种收入分配不平等尺度所包含的价值判断是互不相同的。具体地说,各种不平等尺度的着重点是不同的收入阶层,根据对不同收入阶层分别重视程度的差异,我们定义了上述各种不同的收入分配的不平等尺度。为了更好地通过收入转移对各种不平等尺度的影响来说明上述各种不平等尺度间的

差异,首先将加法分离型尺度函数 $\theta(x)$ 定义成 $\sum_{i=1}^n V(x_i)$ 。根据尺度函数 $\theta(x)$ 的定义,经济主体的收入 x_i 和 x_j 之间的收入转移所导致的尺度函数 $\theta(x)$ 的变化可通过以下公式表示:

$$d\theta(x) = \frac{\partial}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (-dx_i) = V'(x_i) - V'(x_j) \quad (24)$$

由于经济主体间的收入转移而导致的收入分配不平等尺度的变化可通过尺度函数 $\theta(x)$ 来衡量,故利用尺度函数 $\theta(x)$ 又可得到以下结论。如果收入分配的不平等尺度 $\theta(x)$ 定义成 $\int_0^{\infty} V(t)f(t)dt$ 时,由于收入分配从 x 变化到 $x-h$ 而引起的收入分配不平等的变化 $T(x)$ 可通过函数 $V(x)$ 表示为 $V'(x)-V'(x-h)$ 。

利用以上所定义的尺度函数 $\theta(x)$ 并考虑收入转移对收入分配不平等尺度的影响,可对上述三个不平等尺度的价值判断问题表述如下。首先,根据 Gini 系数的定义可得到以下公式。

$$G=1-2\int_0^1 F_h(t)dF(t)=\int_0^{\infty} \frac{2x}{\mu} \left[F(x)-\frac{1}{2} \right] f(x)dx \quad (25)$$

这样,与 Gini 系数相对应的函数 $V(x)$ 可定义为以下形式。

$$V(x)=\frac{2}{\mu}x \left[F(x)-\frac{1}{2} \right] \quad (26)$$

根据转移原理,不同收入阶层之间的收入转移不改变收入高低的顺序,所以累计人口百分比 $F(x)$ 不受收入转移的影响,这样我们可得到以下公式。

$$V'(x)=\frac{2}{\mu} \left[F(x)-\frac{1}{2} \right] \quad (27)$$

因而与 Gini 系数相对应的收入转移效果就可通过下式所示的函数 $T_G(x)$ 来评价。

$$T_G(x)=\frac{2}{\mu} [F(x)-F(x-h)] \quad (28)$$

由上式可知,Gini 系数的变动程度对发生收入转移对象间的分布密度有很强的依存性,这也就是所谓 Gini 系数只能反映在最常见值附近的收入转移效果。

其次,根据 Schutz 系数的定义可以得到以下公式。

$$S=F(\mu)-F_h(\mu)=\int_0^{\mu} f(x)dx-\int_0^{\mu} \frac{xf(x)dx}{\mu}=\int_0^{\mu} \frac{(\mu-x)f(x)dx}{\mu} \quad (29)$$

同样地,也可以将与 Schutz 系数相对应的函数 $V(x)$ 定义如下。

$$V(x)=\begin{cases} \frac{\mu-x}{\mu}, & x \leq \mu \\ 0, & x > \mu \end{cases} \quad (30)$$

因此,与 Schutz 系数相对应的收入转移效果也就可以通过下式所示的 $T_S(x)$ 来评价。

$$T_S(x)=\begin{cases} \frac{1}{\mu}, & \mu \leq x \leq \mu+h \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (31)$$

从上式所示的 $T_S(x)$ 可知,收入转移并不一定导致 Schutz 系数的下降,只有在平均收入附近的收入转移才会影响到 Schutz 系数的变化。因此,Schutz 系数可以理解完全忽视平均收入附近以外的收入转移的收入分配不平等尺度。

根据以上分析方法,同样可以得到与不平等尺度 L 相对应的衡量收入转移效果的指标 $T_L(x)$ 。如果将与不平等尺度 L 所对应的函数 $V(X)$ 定义成以下形式。

$$V(x)=\frac{1}{(2-\sqrt{2})\mu} [\sqrt{\mu^2+x^2}-\sqrt{2}\mu] \quad (32)$$

则,和与不平等尺度 L 相对应的衡量收入转移效果的评价函数 $T_L(x)$ 就表示成以下形式。

$$T_L(x) = \frac{1}{(2 - \sqrt{2})\mu} \left[\frac{x}{\sqrt{\mu^2 + x^2}} - \frac{x-h}{\sqrt{\mu^2 + (x-h)^2}} \right] \quad (33)$$

对上述评价函数 $T_L(x)$ 中的变量 x 求导后可以得到以下结果。

$$T'_L(x) = \frac{1}{(2 - \sqrt{2})\mu} \left[\frac{1}{(\mu^2 + x^2)^{3/2}} - \frac{1}{(\mu^2 + (x-h)^2)^{3/2}} \right] \quad (34)$$

根据上式可知在 $x > 0$ 时有 $T'(x) < 0$ 。这就意味着：在不平等尺度 L 中，正的收入转移在很大程度上受到来自低收入阶层间的收入转移的影响，但这种影响随着总体收入水平的提高而减小。

根据以上分析可知，基于 Lorenz 曲线的三种收入分配不平等尺度蕴涵着究竟重视哪个收入阶层的价值判断问题，所以，在使用某种收入分配不平等尺度来分析具体收入分配问题时需要注意其指标所蕴涵的价值判断标准。

参考文献：

1. Atkinson, A. B. [1970] "On the Measurement of Inequality" .*Journal of Economic Theory*, Vol. 2, pp. 244—263.
2. Hanoch, G. and H. Levy [1969] "The Efficiency of Analysis of Choices Involving Risk" ,*Review of Economic Studies*, Vol. 38, pp. 335—346.
3. Kakwani, N. C. [1980] *Income, Inequality and Poverty*. Oxford University Press.
4. Lambert, P. J. [1989] *The Distribution and Redistribution of Income*. Blackwell.
5. Rothschild, M. and J. E. Stiglitz [1973] "Some Further Results on the Measurement of Inequality" ,*Journal of Economic Theory*, Vol. 6, pp. 188—204.
6. Shorrocks, A. F. [1983] "Ranking Income Distributions" ,*Econometrica*, Vol. 50, pp. 3—17.

(作者系上海财经大学经济学院(筹)教授、博士生导师；单位邮编为 200433)

(上接第 16 页)

我国金融市场的不断发展，是导致不同层次货币的流通速度递减出现明显差异的重要原因。经济的发展使得货币和信用渗透到社会生活的每一个角落，伴随着资本市场的日益完善和深化，金融资产的种类和规模不断增加，不同经济主体的活动进一步表现为在既定储蓄条件下金融资产持有形式的不同比例选择以及存量财富的不同结构调整，其必然结果是，越来越多的货币以其它形式的金融资产被人们持有，这样在使货币流通速度递减的同时，导致各种不同层次货币流通速度的递减速度之间出现了明显差异。

参考文献：

- 艾洪德等，1994 年，《货币数量研究》，东北财经大学出版社。
 王自力，1996 年，《中国货币供应波动》，西南财经大学出版社。
 邓乐平，1990 年，《中国的货币需求——理论与实证的考察》，中国人民大学出版社。
 李字奈，1992 年，《计量经济学——方法和应用》，清华大学出版社。

(作者单位：上海财经大学金融学院；邮编：200433)