风险投资家的最优激励契约模型研究

——一种基于逆向选择和道德风险条件下的博弈模型分析

张新立，王青建
（辽宁师范大学 数学学院，辽宁 大连 116021）

摘　要：为减少风险投资融资中风险投资家的逆向选择和道德风险，风险投资者必须设立一套有效的激励机制来让风险投资家选择，从而根据风险投资家选择的结果来甄别其真实能力类型，同时又能激励其努力工作。文章建立了风险投资家能力类型和努力都是不可观测条件下的最优激励契约模型，并根据显示原理，利用最优控制理论求出了最优解进而进行了分析。得出的结论是：最优激励契约能使高能力风险投资家乐于选择具有高强度激励、低固定收入和风险小的项目，同时又能激励其签约后更加努力工作。

关键词：风险投资家；激励契约；逆向选择；道德风险
中图分类号：F830.59　**文献标识码**：A　**文章编号**：1001-9952(2006)05-0129-07

一、引　言

Barry(1994)指出，风险投资体系一般包括三个行为主体（风险投资者、风险投资家和风险企业家）和两级委托代理关系（风险投资者与风险投资家的委托代理关系、风险投资家与风险企业家的委托代理关系）。在这两级委托代理关系中，风险投资家是以委托人和代理人的双重身份出现的，是信息非对称条件下拥有相对优势的金融中介，在风险投资运作过程中起着关键性的作用。这是因为风险投资家可以凭借他们的专业知识和管理经验优势，比那些非专业的风险投资者更有能力来解决这些信息非对称问题，从而使交易成本最小。根据信息经济学的观点，信息非对称必然会导致逆向选择和道德风险问题产生，从而导致市场缺乏效率。因此，如何对风险投资家进行有效的激励就成了风险投资成败的关键。最近几年，国内外不少学者都非常关注对风险投资家激励问题的定量研究（郑君君、刘恒，2005；应瑞瑶、赵永情，2004；Trester，1998）。但这些文献大都是在逆向选择条件下展开讨论的，同时考虑逆向选择

收稿日期：2006-02-06
作者简介：张新立（1970—），男，山东莘县人，辽宁师范大学数学学院副教授，大连理工大学管理学院博士生；
王青建（1955—），男，山东青岛人，辽宁师范大学数学学院教授。

和道德风险的文献并不多见。然而在现实中，逆向选择和道德风险这两类问题却是经常同时出现的。如在风险投资者与风险投资家的委托代理关系中，事前风险投资家一般是知道自己的能力，而风险投资者却不知道风险投资家的能力，这就是逆向选择问题；而在签约之后，风险投资家是否真正积极努力工作，风险投资者事先并不知道，这就是道德风险问题。因此，如何设计一套有效的契约机制，使风险投资者既能选择出有能力的风险投资家，同时又能使有能力的风险投资家签约后努力地工作，从而促使风险企业的收益最大化，是风险投资者面临的重要课题。尽管 Picard(1987)、Guesnerie(1988)和丁元耀(2003)已研究了逆向选择和道德风险同时存在的情况，但他们仅考虑风险投资家是风险中性的情况。模型不足之处在于：风险投资者设计的最优激励契约如稍微出现偏差，就会引起契约机制失效。本文在总结前人的基础上，在同时存在逆向选择和道德风险的条件下，建立了风险投资家能力类型和努力都是不可观测条件下的最优激励契约模型。根据显示原理，利用最优控制理论求出了最优解并进行了分析。得出此最优激励契约的设计能使高能力风险投资家乐于选择具有高强度激励、低固定收入和风险小的项目，同时又能激励其签约后更加努力，为风险投资者设计合理的激励契约提供了理论依据。

二、风险投资家的激励机制模型描述

博弈顺序一般由作为委托人的风险投资者制定，作为代理人的风险投资家和自然状态如下：自然决定代理人的类型 θ，代理人知道自己的类型 θ，委托人不知道，委托人设计一套激励契约 $\{e(\cdot),s(.,.)\}$，代理人接受或拒绝这个契约。如果选择拒绝，博弈结束；如果选择接受，代理人选择努力水平。在最后时点，自然确定风险企业收益，收益是共同知识，根据激励契约，委托人支付给代理人报酬。

假设委托人和 θ 能力类型的代理人签订一套激励契约，θ 为一维连续随机变量，且 $\theta\in[\underline{\theta},\bar{\theta}]$，其中$\underline{\theta}$为 θ 的最小值，$\bar{\theta}$为 θ 的最大值。签订契约前，委托人不知道代理人的能力类型 θ，但知道代理人属于 θ 类型的概率分布，θ 的密度和分布函数分别为 $f(\theta)$ 和 $F(\theta)$，则定义代理人的风险率为 $k(\theta)=f(\theta)/[1-F(\theta)]$，且 $k_\theta(\theta)<0$。

假设代理人的努力水平 e 是一维连续随机变量，且 $e\in[0,\bar{e}]$。委托人不能观测到它，但可以观测到与努力水平有关的产出 π，产出函数取如下线性形式：$\pi=e+\theta+\varepsilon$，其中 ε 是随机误差项，且 $\varepsilon\sim N(0,\sigma^2)$。产出 π 的密度函数为 $\phi(\pi,e)$。

假设代理人是不同质的，最优激励契约设计意味着：委托人应该对不同类型的代理人提供有区别的激励契约，即提供一组契约供代理人选择，代理人通过选择其中的一个契约来揭示他的类型 θ。因此，激励机制为二维决策向量：

$\{e(\theta),s(\theta,\pi)\}$。其中,$e(\theta)$表示属于$\theta$类型的代理人的努力水平,$s(\theta,\pi)$表示线性报酬激励契约为:

$$s(\theta,\pi)=\alpha(\theta)+\beta(\theta)\pi \tag{1}$$

这里,$\alpha(\theta)$是θ类型的代理人的固定收入(与π无关);$\beta(\theta)$是θ类型的代理人对产出的分享系数,即产出π每增加一个单位,代理人的报酬增加$\beta(\theta)$个单位。$\beta(\theta)=0$意味着θ类型的代理人不承担任何风险,$\beta(\theta)=1$意味着θ类型的代理人承担全部风险。

假设委托人是风险中性的,给定$s(\theta,\pi)$,则委托人的期望效用等于期望收入:

$$Ev[\pi-s(\theta,\pi)]=E\{[1-\beta(\theta)]\pi-\alpha(\theta)\}$$

$$=\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\int_{\pi}^{\theta}\{[1-\beta(\theta)]\pi-\alpha(\theta)\}\phi[\pi,e(\theta)]d\pi f(\theta)d\theta \tag{2}$$

假设代理人是风险规避的,其效用函数具有不变绝对风险规避特征,即$u=-e^{-\rho w}$,其中:ρ是绝对风险规避度量,w是代理人的实际货币收入。

假设代理人的努力成本为$c[\theta,e(\theta)]$,其中$\dot{c}_e>0$(下标表示被求导变量,以下同),即代理人越努力,努力成本越高;$\dot{c}_{ee}>0$,即努力的边际成本是非负递增函数;$\dot{c}_\theta<0$,即代理人的能力类型越高,努力成本越低;$\dot{c}_{e\theta}<0$,$\dot{c}_{ee\theta}\leqslant0$,意味着经营能力高的代理人的努力的边际成本较小,不同类型代理人之间努力的边际成本随着努力水平的增加而增加。

假设对任意θ能力类型的代理人有下列式子成立:$c_e(\theta,0)=c_{e\theta}(\theta,0)=0$,$c_e(\theta,\bar{e})>1$,以确保最优努力水平在$(0,\bar{e})$上存在惟一解。此时,代理人的实际货币收入为:

$$w=s(\theta,\pi)-c[\theta,e(\theta)]=\alpha(\theta)+\beta(\theta)\pi-c[\theta,e(\theta)] \tag{3}$$

代理人的期望效用为:

$$Eu=-E(e^{-\rho w})=-e^{-\rho[Ew-\frac{1}{2}\rho var(w)]}=-E(e^{-\rho A(\theta)})$$

其确定性等价收入$A(\theta)$为:$Eu=u[A(\theta)]$

$$A(\theta)=Ew-\frac{1}{2}\rho\beta^2(\theta)\sigma^2=\alpha(\theta)+\beta(\theta)e(\theta)-\frac{1}{2}\rho\beta^2(\theta)\sigma^2-c[\theta,e(\theta)] \tag{4}$$

其中,Ew是代理人的期望收入,$\frac{1}{2}\rho\beta^2(\theta)\sigma^2$是风险成本,当$\beta(\theta)=0$时,风险成本为零。代理人最大化期望效用函数$Eu=-Ee^{-\rho w}$等价于上述最大化确定性等价收入。

设$\overline{w}$为代理人的保留收入水平。那么,如果确定性等价收入小于$\overline{w}$,代理人将不接受契约。因此,代理人的参与约束(IR)可表示如下:

$$A(\theta)\geqslant\overline{w} \tag{5}$$

当代理人类型不可观测时,委托人为了诱使每个代理人讲真话,委托人设

计的最优契约要满足代理人的自选择约束条件，即使代理人在此契约中可能获得的净收益高于在其他契约中可能获得的净收益。同理，当代理人的努力水平不可观测时，为了诱使每个代理人都能采取最优努力行动，委托人设计的最优契约也要满足代理人的激励相容约束(IC)，即使代理人获得的期望收益最大化(代理人的确定性等价收益最大化)。因此，两个约束可表示为：

$$[\theta,e(\theta)]\in\arg\max_{\theta,e(\theta)}[A(\theta)] \tag{6}$$

于是，当代理人的类型和努力水平都不可观测时，委托人的问题是选择 $e(\cdot)$、$\alpha(\cdot)$和 $\beta(\cdot)$，解下列最优问题：

$$\max_{e,\alpha,\beta}Ev=\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_{\pi}^{\theta}([1-\beta(\theta)]\pi-\alpha(\theta))\phi[\pi,e(\theta)]d\pi f(\theta)d\theta \tag{7}$$

$$\text{s.t.}\quad (IR)A(\theta)\geqslant\bar{w} \tag{8}$$

$$(IC)[\theta,e(\theta)]\in\arg\max_{\theta,e(\theta)}[A(\theta)] \tag{9}$$

三、最优激励契约机制模型的解及分析

由(9)式的一阶最优条件可得：

$$\beta(\theta)=c_e[\theta,e(\theta)],A_\theta(\theta)=-c_\theta[\theta,e(\theta)] \tag{10}$$

由(8)式和(9)式可得：

$$A(\theta)=\bar{w}-\int_{\underline{\theta}}^{\theta}c_\theta(\tilde{\theta},e(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta}\geqslant\bar{w},A(\underline{\theta})=\bar{w} \tag{11}$$

将(4)式中得出的 $\alpha(\theta)$代入(7)式，委托人的最优化问题可简化为：

$$\max_{e(\cdot),A(\cdot)}\Pi=\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\{e(\theta)-A(\theta)-\frac{1}{2}\rho\sigma^2c_e[\theta,e(\theta)]^2-c[\theta,e(\theta)]\}f(\theta)d\theta \tag{12}$$

$$\text{s.t.}\quad A_\theta(\theta)=-c_\theta[\theta,e(\theta)] \tag{13}$$

$$A(\underline{\theta})=\bar{w} \tag{14}$$

于是，上述问题的哈密顿算子为：

$$H=\{e(\theta)-A(\theta)-\frac{1}{2}\rho\sigma^2c_e(\theta,e(\theta))^2-c(\theta,e(\theta))\}f(\theta)-\lambda(\theta)c_\theta(\theta,e(\theta))$$

其中，$e(\cdot)$为控制变量，$A(\cdot)$为状态变量。上述最优问题的必要条件为：

$$H_e=\{1-c_e[\theta,e(\theta)][1+\rho\sigma^2\dot{c}_{ee}(\theta,e(\theta))]\}f(\theta)-\lambda(\theta)\dot{c}_{\theta e}[\theta,e(\theta)]=0$$

$$H_A+\lambda_\theta(\theta)=-f(\theta)+\lambda_\theta(\theta)=0 \tag{15}$$

$$\lambda(\theta)=-\int_{\theta}^{\bar{\theta}}f(\tilde{\theta})d\tilde{\theta}=-[1-F(\theta)]<0;\lambda(\bar{\theta})=0 \tag{16}$$

由(10)式、(15)式和(16)式可求得 $e(\cdot)$，$\beta(\cdot)$，$\alpha(\cdot)$最优解分别为：

$$1-\beta(\theta)-\rho\sigma^2c_e[\theta,e(\theta)]c_{ee}[\theta,e(\theta)]+k(\theta)c_{\theta e}[\theta,e(\theta)]=0 \tag{17}$$

$$\beta(\theta)=c_e[\theta,e(\theta)] \tag{18}$$

$$\alpha(\theta)=c[\theta,e(\theta)]+\beta(\theta)[\frac{1}{2}\rho\sigma^2\beta(\theta)-e(\theta)]+\overline{w}-\int_{\underline{\theta}}^{\theta}c_\theta[\tilde{\theta},e(\tilde{\theta})]d\tilde{\theta} \tag{19}$$

如果对代理人的努力成本 $c[\theta,e(\theta)]$ 作进一步假设 $c[\theta,e(\theta)]=\frac{be^2}{2\theta}$，这里 $b>0$ 代表成本系数：b 越大，同样的努力和能力带来的负效用越大。那么，代理人的最优激励契约 $e(\cdot)$，$\beta(\cdot)$，$\alpha(\cdot)$ 可表示为如下形式：

$$e^*=\frac{\theta^2}{b[\theta+k(\theta)+b\rho\sigma^2]} \tag{20}$$

$$\beta^*=\frac{\theta}{\theta+k(\theta)+b\rho\sigma^2} \tag{21}$$

$$\alpha^*=c[\theta,e(\theta)]+\beta(\theta)[\frac{1}{2}\rho\sigma^2\beta(\theta)-e(\theta)]+\overline{w}-\frac{be^2}{2}(\frac{1}{\theta}-\frac{1}{\underline{\theta}}) \tag{22}$$

其中：α^* 和 β^* 分别是委托人为代理人设计的最优固定收入和最优产出利润分享系数，e^* 是在此激励条件下代理人的最优努力水平。

由(20)式可得，$e_\theta^*>0$，$e_\beta^*>0$，表明高能力 θ 代理人的最优努力水平高，对代理人激励强度越大，最优努力水平就越高；$e_k^*<0$，$e_b^*<0$，$e_\rho^*<0$，$e_{\sigma^2}^*<0$，表明代理人的风险率 k、努力成本系数 b、风险规避度 ρ 或外生变量的方差 σ^2 越小，代理人的努力水平就越高，即高能力的代理人比低能力的代理人的规避风险需求强烈。

由(21)式可得，$\beta_\theta^*>0$，表明高能力代理人 θ 愿意接受更强的激励强度；$\beta_k^*<0$，$\beta_b^*<0$，$\beta_\rho^*<0$，$\beta_{\sigma^2}^*<0$，表明代理人的风险率 k、努力成本系数 b、风险规避度 ρ 或外生变量的方差 σ^2 越小，对代理人的激励强度 β^* 就越大。因此，高能力代理人更愿意接受高强度激励和风险小的项目。

由(22)式可得，$\alpha_\beta^*<0$，$\alpha_\theta^*>0$，代理人的最优固定收入随着其激励强度 β 的增大而减少，而随着其自身能力的增大而增大。同时还可看出，代理人的最优固定收入 α^* 由三部分组成：第一部分是努力补偿金，是对代理人的保留收入和他所作努力的补偿；第二部分是风险补偿金(小于零，小于期望支付)，是对代理人风险厌恶度的补偿；第三部分是信息租金，是由于有逆向选择的问题，为确保不同的代理人选择不同契约激励而产生的补偿。

综上分析可知，委托人为了甄别出代理人的真实能力，同时又为了使其在签约后努力工作，在设计激励机制时，通常会对代理人的能力 θ、风险率 k、努力成本 b、风险规避度 ρ 或外生变量方差 σ^2 等因素综合考虑。对于个人能力较强的代理人，一般将接受一个较高的变量支付，获得一个较高的确定性等值和租金。个人能力较强的代理人比个人能力较差的代理人工作更加努力，更愿选择有高强度激励、低固定收入和风险小的项目。这样一方面代理人可以通过选择委托人设计的一组契约来显示自己的类型，另一方面委托人又可以

根据代理人的选择结果来甄别出代理人的真实能力与道德水平，从而避免了在代理人的选择过程中逆向选择与道德风险问题的发生。

四、应用实例

假定某投资者为了获取较高的收益，决定把自己的部分资金用于风险投资，市场上有很多风险投资公司（家），都声称自己有能力使资金收益最大化（它们都知道自己的实力情况，而投资者不知道）。为了选到合适的风险投资家，投资者根据显示原理首先设计了一套激励契约机制，规定了许多具体参数和条款让风险投资家选择。然后风险投资家将选择接受这组契约，具有真正实力的风险投资家将选择接受风险相对较小、激励强度较高、固定收入较低的契约。这样，通过选择不同的契约，风险投资家就显示了其真实类型。投资者就可以与具有实力的风险投资家签约。签约后，风险投资家由于受激励契约的诱导，将会从自身的利益出发采取对投资者最有利的行动，从而降低代理成本，提高风险企业经营效率，尽最大努力在契约所要求的期限内，保质、保量地完成契约规定的任务。投资者也会在利润实现后，按契约规定给风险投资家支付预定的酬金，至此整个博弈过程结束。

五、结　论

（1）由于信息非对称性，风险投资者在签约前不能甄别出风险投资家的类型 θ，在签约后不能观察到风险投资家的努力水平 e。为了甄别出有能力的风险投资家，并促使其在签约后努力工作，风险投资者在设计激励机制时，通常会对风险投资家的能力 θ、风险率 k、努力成本 b、风险规避度 ρ 或外生变量方差 σ^2 等因素综合考虑。风险投资者的最优激励契约可设计为$\{e^*,\alpha^*,\beta^*\}$。

（2）通过分析最优激励契约机制，在同时存在逆向选择和道德风险的条件下，高能力风险投资家更愿意选择有高强度激励、低固定收入和风险小的项目，同时又能激励其签约后更加努力工作。所以，风险投资家可以通过选择风险投资者设计的一组契约$\{e^*,\alpha^*,\beta^*\}$来显示自己的类型，风险投资者则可以根据风险投资家的选择结果来识别出风险投资家的真实能力与道德水平，从而避免了风险投资者在挑选风险投资家过程中逆向选择与道德风险问题的发生，为风险投资者设计合理的激励契约提供了理论依据。

参考文献：

[1]Barry C B. New directions in research on venture capital finance[J]. Financial Management, 1994,(23):3～5.

[2]郑君君，刘恒. 基于委托—代理关系的风险投资者对风险投资家激励模型的研究[J]. 数量经济技术经济研究，2005,(5):151～156.

[3]应瑞瑶,赵永清.风险投资中激励机制与代理成本分析[J].财经研究,2004,(6):22~29.

[4]J J Trester. Venture capital contracting under asymmetric information[J]. Journal of Banking & Finance,1998,(22):675~699.

[5]Picard P. On the design of incentive schemes under moral hazard and adverse selection [J]. Journal of Public Economics,1987,(33):305~331.

[6]Guesnerie R, Picard P, Rey P. Adverse selection and moral hazard with risk neutral agents[J]. European Economic Review,1988,(33):807~823.

[7]丁元耀.同时考虑隐藏信息与隐藏行动的激励约束机制[J].数量经济技术经济研究,2003,(4):122~125.

[8]张维迎.博弈论与信息经济学[M].上海:上海三联出版社,1996:431~440.

A Study on the Optimal Incentive Contract Model for Venture Capitalist

——A Game Model under Adverse Selection and Moral Hazard

ZHANG Xin-li; WANG Qing-jian

(*School of Mathematics*, *Liaoning Normal University*, *Dalian* 116021, *China*)

Abstract: In order to resolve the adverse selection and moral hazard problems of venture capitalist during venture capital financing, venture investors must design a set of optimal incentive contract for venture capitalist to select, so as to judge their true information in terms of their selecting results and make them work hard. This paper sets up an optimal incentive contract model when both venture capitalist's ability genres and effort are unobservable. Following the revelation principle, we analyze and solve the model by applying the optimal controlling theory. Some conclusions educe that the optimal incentive contract makes venture capitalist of high ability prefer to choose the high-powered incentive, lower fixed-compensation and safer projects, and thereby make them work harder after signing contracts.

Key words: venture capitalist; incentive contract; adverse selection; moral hazard

(责任编辑　周一叶)