

市民收入不均与城市住宅价格空间分布 ——理论模型与数值模拟

尹虹潘

(重庆市综合经济研究院 城市与区域经济研究所,重庆 401147)

摘要:文章通过对市民收入分布特征和市民购房能力与意愿的假设,将市民收入和住宅价格结合起来,从理论上探讨了市民收入不均对城市住宅价格空间分布的影响,并进行了数值模拟。分析表明,商业聚集导致城市从中心到外围房价呈逐渐下降的外在空间规律,是由市民收入差异及其购房竞价这个“内因”实现的。收入不均程度的变化会引起城市不同区位的房价变化,市民总收入一定时,基尼系数增大会导致城市中心房价上升和边缘房价下跌;高基尼系数下出现多次购房的可能较大,这将抬高相关区位的房价。

关键词:市民收入不均;房价空间分布;购房竞价

中图分类号:F290 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-9952(2011)06-0103-09

一、引言

城市居民收入不均和城市房价都是我国当前的经济热点问题。其中,对城市居民收入不均问题的研究主要集中于居民收入总体不平等程度测度(Ahmad和Wang,1991;)、城市居民收入分布的变化(万定山,2005)、低收入群体的福利增进(赵人伟和李实,1997)以及影响收入差距的原因(赵人伟和李实,1997;奈特、李实和赵人伟,1999)等方面。城市房价的相关研究则主要关注影响房价的因素、房价走势预测、房地产宏观调控以及城市房价空间分布等方面。对于城市房价空间分布,一些学者从不同角度做了很多研究。Thünen(1826)关于空间区位对地租的影响分析、Alonso(1964)的城市地租竞价曲线以及其他学者的后续扩展研究(Muth,1969;Mills,1972;Atack和Margo,1998)无疑奠定了很好的基础。国内学者也运用经济学(温海珍,2005;郝前进和陈杰,2007)和经济地理(蒋芳和朱道林,2005;熊剑平、刘承良和袁俊,2006;朱晨,2006)不同方法进行了理论或实证分析。

市民收入与房价密切相关,然而除了笼统地谈论城市整体的“房价收入

收稿日期:2011-01-31

基金项目:国家社会科学基金项目(09XJL003);重庆市社科规划重点项目(2009JJ25)

作者简介:尹虹潘(1982—),男,重庆人,重庆市综合经济研究院城市与区域经济研究所副研究员。

比”外,真正将市民收入不均同房价结合起来进行研究的却不多。在现实经济中,住宅销售并不是靠市民平均收入与城市平均房价成交,而是市民以个人收入为支付上限与城市某一特定区位的具体房价进行匹配。具有不同支付能力和意愿的市民将会在不同区位上以不同的价格购买住宅,从而在城市中形成一个住宅价格空间分布。鉴于此,本文希望对市民收入不均与城市住宅价格空间分布之间的关系进行初步的理论探讨。

二、基础模型

(一)市民收入分布。

1. 市民收入的总体分布假设。一个城市所有市民的收入水平不可能是完全相等的,洛仑兹曲线(Lorenz Curve)和基尼系数(Gini Coefficient)是度量收入不均程度比较常用的工具。本文主要借鉴张金水和胡杨梅(2005)的分析思路,对居民收入分布的特征进行假设,然后推导出洛仑兹曲线的表达式和基尼系数的计算公式,这种方式下洛仑兹曲线与基尼系数是一一对应的。

假设整个城市的市民收入可以按收入水平由高到低分为人数相等的 N 个不可再分的市民组 $(0, 1, 2, \dots, N-1)$ 。第 0 组为最高收入,随着组数的增加收入水平逐渐降低,但降低的速度越来越慢,第 $N-1$ 组为最低收入。整体上呈现高收入市民数量较少、中低收入市民数量较多的分布特征。不妨设:

$$I_n = I_0 e^{-an} \quad (1)$$

其中, n 为按照收入由高到低排序后市民所在组的序号, I_n 为第 n 组市民的收入, I_0 为第 0 组市民的收入, a 为经验系数 ($a > 0$)。

这种假设主要体现了不同收入水平与对应收入区间内市民人数之间的反向变化关系,与使用 Pareto 分布密度函数进行拟合、用幂函数等拟合洛仑兹曲线以及张金水和胡杨梅(2005)的收入分布特征假设本质上是类似的。

2. 市民收入不均的整体特征。当 N 足够大使得 e^{-aN} 无限趋近于 0 时,全部市民的总收入(极限值) Y 为:

$$Y = \lim_{N \rightarrow +\infty} \int_0^N I_0 e^{-an} dn = I_0/a \quad (2)$$

其中,第 $N-1$ 组到第 $N-n$ 组市民的收入合计(极限值) y 为:

$$y = \lim_{N \rightarrow +\infty} \int_{N-n}^{N-1} I_0 e^{-an} dn = (I_0/a) e^{-a(N-n)} \quad (3)$$

第 $N-1$ 组到第 $N-n$ 组市民的收入合计占全部市民总收入的比重为:

$$\varphi = e^{-a(N-n)} \quad (4)$$

此时第 $N-1$ 组到第 $N-n$ 组市民人数占全体市民总人数比重为:

$$\theta = [(N-1) - (N-n) + 1]/N = n/N \quad (5)$$

洛仑兹曲线见图 1。正方形 OABC 的边长为 1, 对角线 AC 代表市民收入完全均等的状态。当 N 足够大时曲线 AEC 可近似地看作一条连续光滑的

曲线,即洛仑兹曲线。图 1 中 AD 的长度(代表部分市民数量占市民总数的比重)为 θ ,如果令 $\rho=1-\theta$,那么 DO 和 EF 的长度为 ρ ;DE 的长度(代表部分市民收入之和占全部市民总收入的比重)为 φ 。

以 O 点为坐标原点,OC 为纵轴正半轴,OA 为横轴负半轴。据此,洛仑兹曲线的方程为:

$$\varphi = e^{-a\rho N} \quad (6)$$

当 N 足够大使得 $e^{-a\rho N}$ 无限趋近于 0 时,图 1 中 AOCEA 区域面积(极限值) S_1 :

$$S_1 = \lim_{N \rightarrow +\infty} \int_0^1 e^{-a\rho N} d\rho = 1/aN \quad (7)$$

那么 AECA 区域面积 S 为:

$$S = 1/2 - (1/aN) \quad (8)$$

于是市民收入的基尼系数 G 为:

$$G = 1 - (2/aN) \quad (9)$$

N 既定时,G 随 a 的增大而增大,随 a 的减小而减小。本文约定 $0 < G < 1$ 。

(二)城市空间结构假设。本文主要以单中心城市为例进行研究。根据单中心城市以商务区为中心,随着距离不断增加呈现出明显圈层式结构,不妨假设整个城市为一个冯·杜能(von Thünen)形式的圈层式均质空间结构。城市中心以外存在不同半径的住宅环,每个住宅环的居住密度相等。将每个住宅环的周长以 $b\pi$ 为基本长度平均分为若干个居住单元,每个居住单元可供 1 组市民居住。那么,距离城市中心为 D (D 为正整数)的住宅环能容纳的居住市民数量(组数) M_D 为:

$$M_D = 2D/b \quad (10)$$

其中, b 为经验系数, $0 < b \leq 2$,且应使 M_D 在 D 的取值范围内恒为正。

为简化分析,不妨假设 N 组市民正好住满 D_{\max} 个住宅环,那么 D_{\max} 与市民数量(组数) N 的关系为:

$$D_{\max} = (\sqrt{1 + 4bN} - 1)/2 \quad (11)$$

(三)市民支付能力与住宅竞价意愿。这里需要重点考虑的是市民愿意并有能力支付的住宅价格是怎么确定的。以不同市民的收入为限作为支付能力的保障,以购买住宅的支出占总收入的比重来体现市民的购房意愿,将可以较好地体现“有效需求”。市民的总收入是其支付各种消费的能力上限,不妨假设典型市民的收入全部用于居住和非居住两类消费支出,其获得的效用为:

$$U = C^\eta H^{1-\eta} \quad (12)$$

其中, U 是典型市民的效用, H 是居住子效用, C 是非居住子效用,除居住之外获得的其他各种消费效用, η 是经验系数($0 < \eta < 1$)。

由于上文假定在城市中各个住宅环为均质且居住密度相等,单纯从居住

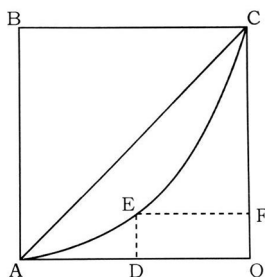


图 1 市民收入的洛仑兹曲线图

来说,在任意区位获得的居住子效用都相同,那么市民获得的总效用主要取决于非居住子效用。非居住子效用受收入水平、消费结构(居住或非居住消费支出比重)和居住区位的影响。根据单中心城市的特征,市民居住若越靠近城市中心,则越能减少往返于商务区的通勤成本和其他交易成本,因此随着居住区位逐渐远离城市中心,非居住子效用将不断减小。假设非居住子效用与市民收入水平、消费结构和与城市中心距离满足:

$$C = (1 - \mu)Ie^{-kd} \quad (13)$$

其中, I 是市民的收入水平, μ 是市民用于购买住宅的支出占全部收入的比例, k 是经验系数($k > 0$), d 是市民居住的区位与城市中心的距离(d 为正整数)。

收入水平一定时,如果有多个居住区位可供选择,则市民愿意为不同区位支付的房价是不同的,因为市民将确保自身的非居住子效用(进而总效用)不受影响。如果居住区位距离城市中心较远,为了抵消距离衰减的影响,市民会将收入的较大比例用于非居住消费,那么愿意为居住支付的价格较低;反之,如果居住区位距离城市中心较近,则市民愿意为该区位支付较高的房价。

不妨假设市民在两个不同居住区位(区位1和区位2)为维持非居住子效用不变($C_1 = C_2$)而确定的消费结构满足:

$$(1 - \mu_1)e^{-kd_1} / (1 - \mu_2)e^{-kd_2} = 1 \quad (14)$$

因此市民愿意为两个不同居住区位支付的房价占总收入的比例满足:

$$\mu_2 = 1 - (1 - \mu_1)e^{k(d_2 - d_1)} \quad (15)$$

进一步地,如果市民愿意为与城市中心距离为1的住宅支付其总收入的比例为 μ ,那么对与城市中心距离为 d 的住宅,市民愿意支付其总收入的比例 μ_d ($0 < \mu_d < 1$)为:

$$\mu_d = 1 - (1 - \mu)e^{k(d-1)} \quad (16)$$

同时,假设在非居住子效用不变的情况下,市民会优先选择距离城市中心更近的住宅环,以获得无须支付成本的额外福利,如节省通勤时间而有更多的闲暇、接近城市中心而更方便享受完善的城市设施和公共服务等。

三、市民收入不均与住宅价格空间分布的关联

(一)无多次购房的情形。

1.城市住宅价格的空間分布。假定住宅供应近似于完全垄断市场结构,住宅供应者采取购买者竞价的方式定价:将准备在某住宅环购房的市民愿意并有能力支付的价格由高到低排序,以住宅环的住宅总量取排序靠前的市民作为销售对象。恰好买到某住宅环最后一个居住单元的市民组愿意并有能力支付的价格即定为该住宅环的房价。在不考虑市民进行多次购房时,与城市中心距离为 D 的住宅环的房价 P_D 为:

$$P_D = I_0 e^{-anD} \mu_D \quad (17)$$

其中,恰使该住宅环的住宅售完的是第 n_D 组 ($n_D \geq 0$) 市民 n_D 为:

$$n_D = \sum_{d=1}^D (2d/b) - 1 \quad (18)$$

具体的住宅定价销售过程见图 2。根据市民在维持效用前提下优先选择靠近城市中心区位的假设,住宅按照与城市中心的距离由近及远进行销售。

首先是与城市中心距离为 1 的住宅环(以下简称“住宅环 1”,以此类推),曲线 d_1 为住宅环 1 的需求曲线,根据不同收入的市民组愿意为住宅环 1 支付的价格由高到低排序而成;曲线 s_1 为供应者在住宅环 1 的供给曲线(O_1O_2 为住宅环 1 的住宅供给量), s_1 和 d_1 的交点决定了住宅环 1 的定价 p_1 ,支付意愿高于或等于 p_1 的市民组得以购买

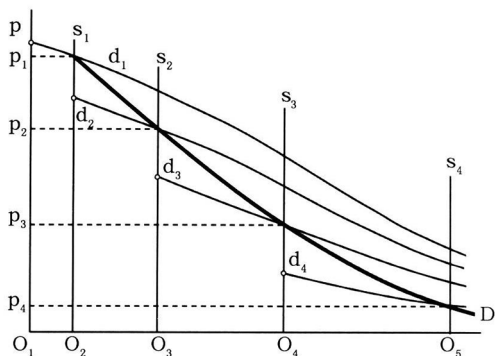


图 2 城市住宅价格空间分布曲线的形成

买到住宅环 1 中的住宅,且不再参加更远距离的住宅环的竞价。然后是住宅环 2,曲线 d_2 为住宅环 2 的需求曲线,曲线 s_2 为供应者在住宅环 2 的供给曲线(O_2O_3 为住宅环 2 的供给量), s_2 和 d_2 的交点决定了住宅环 2 的定价 p_2 ,支付意愿高于或等于 p_2 的市民组得以购买到住宅环 2 中的住宅,且不再参加更远距离的住宅环的竞价。以此类推,最终不同住宅环中的住房全部出清,所有市民都买到不同区位的住宅。将不同住宅环的成交价格点连成一条光滑的曲线 D,曲线 D 反映了整个城市的住宅价格随着与城市中心的距离由近及远的变化情况,称为“城市住宅价格(房价)空间分布曲线”。

2. 市民收入不均对住宅价格空间分布的影响由(9)式可以得出:

$$a = 2 / [(1-G)N] \quad (19)$$

由(2)式和(19)式可知:

$$I_0 = aY = 2Y / [(1-G)N] \quad (20)$$

那么在所有市民的总收入 Y 不变时,最高收入水平 I_0 随 G 的增大而单调递增。由(16)式、(17)式、(18)式和(20)式可以得出:

$$P_D = \frac{2Y}{N} [1 - (1-\mu)e^{k(D-1)}] e^{\frac{2[1 - \sum_{d=1}^D (2d/b)]}{(1-G)N}} / (1-G) \quad (21)$$

容易看出,城市房价整体呈现出从中心到外围逐渐降低的空间分布规律。下面进一步来看市民收入不均的程度不同对不同区位的房价有怎样的影响。

当参数 Y 、 μ 、 D 、 b 、 k 和 N 既定时,可令:

$$\begin{cases} A = 2Y[1 - (1 - \mu)e^{k(D-1)}]/N \\ B = 2[1 - \sum_{d=1}^D (2d/b)]/N \end{cases} \quad (22)$$

将(22)式代入(21)式并取自然对数得:

$$\ln P_D = B/(1-G) + \ln[A/(1-G)] \quad (23)$$

令 $f(G) = B/(1-G) + \ln[A/(1-G)]$ 并求关于 G 的一阶导数得:

$$f'(G) = (B+1-G)(1-G)^{-2} \quad (24)$$

不同的距离 D 对应 B 的不同取值。按上文 $0 < G < 1$ 的约定,在 B 的取值范围内,以 $B = G - 1$ 为分界点,两侧有不同变化规律。当 $B < G - 1$ 时, $f'(G) < 0$, $\ln P_D$ (进而 P_D) 随 G 的增大而单调递减;当 $B > G - 1$ 时, $f'(G) > 0$, $\ln P_D$ (进而 P_D) 随 G 的增大而单调递增。 $B = G - 1$ 的分界点与城市中心的距离 D_i 为:

$$D_i = \{\sqrt{1 + 2b[2 + (1-G)N]} - 1\} / 2 \quad (25)$$

也就是说,大致以与城市中心距离为 D_i 的区位为界,在更靠近城市中心的区位上房价随基尼系数的增大而升高,而远离城市中心各区位的房价水平与基尼系数呈反向变化。在 b 既定时,由(11)式和(25)式可知:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} (D_i / D_{\max}) = \sqrt{2(1-G)} / 2 \quad (26)$$

这表明 D_i 在不同基尼系数时处于城市区域最大半径的不同比例上(随 G 的增大而减小)。在 N 未达到无穷大时,该比例可能不等于(26)式的极限,但应在其附近。不同基尼系数下多条城市房价空间分布曲线将两两相交,每两条房价空间分布曲线的交点应该在介于两城市不同 D_i 值之间的某个区位上。

(二)多次购房情形。在现实经济中,部分市民在购买第一套住宅后还会有多余的资金。如果他们有多次购房的意愿(可能用于改善自身居住条件、投资、投机或其他用途),则会根据多余资金的多少重新加入不同住宅环的购房市民排队中,那么各住宅环的房价将按上述定价方式依据新的排序来确定。

具体地说,居住在每个住宅环的市民都对该区位的住宅有一个愿意支付的最大价格,其中除了恰好作为实际定价的那组市民外,其他各组市民的意愿价格都高于实际成交价格,即存在“购房者剩余”。为确保市民的非居住消费支出不会因多次购房而被削减,假设市民用于多次购房的支付限额为初次购房的“购房者剩余”,市民会根据这个“购房者剩余”的大小选择不同的住宅环参与第二次甚至更多次竞价购房。

由(1)式、(16)式、(19)式、(20)式和(21)式可知,处在序号为 n 的市民组的市民在购买与城市中心距离为 D 的住宅时获得的“购房者剩余” S_n 为:

$$S_n = \frac{2Y}{(1-G)N} [1 - (1 - \mu)e^{k(D-1)}] e^{\frac{2}{(1-G)N}} \left[e^{\frac{-2n-2}{(1-G)N}} - e^{\frac{-2\sum_{d=1}^D (2d/b)}{(1-G)N}} \right] \quad (27)$$

由购买住宅竞价的排序方式可知:

$$\sum_{d=1}^D (2d/b) - (n+1) \geq 0 \Rightarrow e^{\frac{-2n-2}{(1-G)N}} - e^{\frac{-2\sum_{d=1}^D (2d/b)}{(1-G)N}} \geq 0 \quad (28)$$

(28)式不取等号时(即序号为 n 的市民组不恰好是根据竞价排序购买到某个住宅环的最后一组市民), S_n 将随 G 的增大而增大。也即在基尼系数较大时,市民获得的“购房者剩余”也较大。与此同时,比分界点 D_i 更远离城市中心的房价会随着 G 的增大而减小,即基尼系数 G 越大,市民用初次购买住宅获得的“购房者剩余”购买第二套或以上住宅时,其支付能力和意愿与房价之间能够匹配的概率会更大。因此,市民收入不均程度越大,多次购房可能更容易发生,这也许又会在一定程度上抵消未考虑多次购房因素时因基尼系数增大而引起的部分区位房价下降。多次购房无疑会使相关区位的房价提高,支付能力较差的市民将只能居住到距离城市中心更远的区位。

四、数值模拟

对于市民收入不均与城市住宅价格空间分布的关系,由于现实数据获取具有很大难度,本文用数值模拟的方式进行直观展示。模拟中参数设置的原则是在城市经济规模(全体市民总收入)、城市空间结构和市民总数相同的前提下,仅针对市民收入不均的不同程度进行房价空间分布的对比。具体地,设定 $b=1$ 、 $k=0.15$ 、 $\mu=0.7$ 和 $N=72$ (此时市民组数恰好等于由中心到外围 8 个住宅环的居住总容量),对参数 a 取不同的值使市民收入的基尼系数分别等于 0.2、0.4 和 0.6,在保证全体市民总收入不变的前提下对应的最高市民组收入 I_0 分别为 1 000 000、1 635 408 和 2 718 454。

(一)无多次购房情况。对应市民收入不均的三种程度,按照上文分析指出的各住宅环的定价方式,在不考虑市民多次购房的前提下,城市住宅价格空间分布曲线如图 3 所示。容易看出,各条住宅价格空间分布曲线不同程度地凸向原点,住宅价格总体上都是由城市中心向外围不断降低,如果投影到平面上将可以看到圈层结构的“等房价线”,这与既有的一些研究结论相吻合。

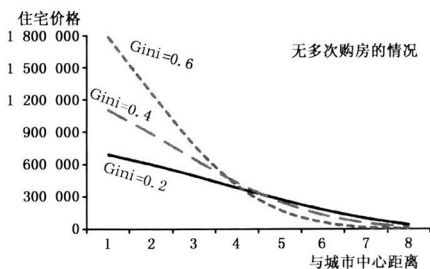


图 3 不存在多次购房的城市住宅价格空间分布曲线

在市民收入不均的不同程度下,房价的变化情况有所差异。收入不均程度越高,住宅价格空间分布曲线向下凸的程度越明显,邻近城市中心的区位房价越高、城市边缘区位的房价越低。而中间地带房价受市民收入不均的影响相对较小,多条住宅价格空间分布曲线在这个区间内先后实现两两相交。

(二)有多次购房情况。这里对市民多次购房的情况进行了简单模拟,模

拟方法与上面基本类似,但需要将市民前一次购买住宅后的“购房者剩余”纳入后续的住宅竞价中进行再次排序。根据前文的理论分析,在市民收入不均程度较大时,多次购房发生的概率可能较大,所以这里选择了基尼系数为0.6的情况进行模拟。多次购房显然会增加整个城市的住宅总需求,如果全部市民最终都购到房,整个城市的住宅环数量肯定会超过8个,但为了方便与无多次购房的情况进行对比,本文只对靠近城市中心的前8个住宅圈层进行房价分布模拟,结果如图4所示。

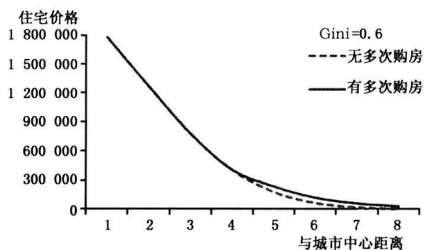


图4 有多次购房与无多次购房的城市住宅价格空间分布曲线对比

可以看出,在有多次购房的住宅环中,其房价将高于不存在多次购房的水平。

五、结 论

1. 房价从城市中心到边缘逐渐降低这一外在空间规律的“内因”是市民收入差异及其购房竞价排序。在均质的单中心城市中,随着与城市中心的距离增大,住宅价格呈逐渐下降趋势,城市中心的商业聚集无疑是其主要成因,但这只是“外因”,以不同市民收入为基础的不同支付意愿和支付能力是这个“外因”得以发挥作用的“内因”。

2. 城市不同区位的房价随市民收入不均程度的变化而出现不同变化。在经济规模、面积规模和空间结构以及人口规模完全相同(“三同”)的两个城市中,不考虑市民多次购房因素,基尼系数大的城市中心区位的房价水平将相对较高而边缘区位的房价却相对较低。但中间地带比较特别,基尼系数不同的两个“三同”城市在该区位的房价不会有很大差异,两条住宅价格空间分布曲线将相交于这个区间。

3. 在较高的市民收入不均程度下发生多次购房的可能性较大。理论分析表明部分市民多次购房在高基尼系数下发生的可能性更大,这可能会在一定程度上抵消无多次购房情况下因基尼系数增大而引起的边缘区位房价降低。这将使一些中低收入市民只能居住到更远离城市中心的区位,或坚持选择原区位而被迫接受高于自身意愿(但尚在支付能力内)的房价。

主要参考文献:

[1] 万定山. 中国城市居民收入分布的变化: 1988—1999年[J]. 经济学(季刊), 2005, 4(S): 45—66.
 [2] 阿朗索. 区位和土地利用——地租的一般理论[M]. 北京: 商务印书馆, 2007.

- [3]温海珍.城市住宅的特征价格:理论与实证研究[M].北京:经济科学出版社,2005.
- [4]郝前进,陈杰.到 CBD 距离、交通可达性与上海住宅价格的地理空间差异[J].世界经济文汇,2007,(1):22-35.
- [5]蒋芳,朱道林.基于 GIS 的地价空间分布规律研究——以北京市住宅地价为例[J].经济地理,2005,25(2):199-202.
- [6]熊剑平,刘承良,袁俊.武汉市住宅小区的空間结构与区位选择[J].经济地理,2006,26(4):605-609,618.
- [7]张金水,胡杨梅.测算洛仑兹曲线方程及基尼系数的新方法[J].系统工程学报,2005,20(4):437-441.
- [8]Ahmad E,Wang Y.Inequality and poverty in China:Institutional change and public policy,1978 to 1988[J].World Bank Economic Review,1991,5:231-257.

Income Inequality between Citizens and Spatial Distribution of City Housing Prices: Theoretical Model and Mathematical Simulation

YIN Hong-pan

*(Institute of Urban & Regional Economics, Chongqing Academy
for Economic Research, Chongqing 401147, China)*

Abstract: Under the hypotheses of public income distribution and housing affordability and willingness of citizens, this paper combines incomes and housing prices, and analyzes the relationship between income inequality and spatial distribution of city housing prices by theoretical model and mathematical simulation. The analysis shows that, owing to business agglomeration, the downward trend of city housing prices from core locations to peripheral locations is eventually realized owing to income inequality between citizens and bids for housing. The changes in income inequality lead to the changes in housing prices in different locations of cities. Under constant total income of citizens, the increase in Gini coefficient will lead to the increase in housing prices in core locations and the reduction in housing prices in peripheral locations, and under higher Gini coefficient, the possibility of buying more houses will be greater, resulting in the increase in housing prices in correlative locations.

Key words: income inequality between citizens; spatial distribution of housing prices; bid for housing (责任编辑 许 柏)