# 参照群与群间相对剥夺:理论与实证

任国强[1,2],尚明伟[2],潘秀丽[2]

(1. 南开大学 经济研究所,天津 300071;2. 天津理工大学 管理学院,天津 300384)

**摘　要**:自从 Runciman(1966)给出相对剥夺概念以来,对相对剥夺测度的研究便成为学术界一个重要的研究课题,但是现有研究主要集中于群内相对剥夺,对群间相对剥夺的研究却鲜有涉及。文章通过构造一个个体在另一个群中的比较群,建立了集成参照群思想的个体剥夺测度统一分析框架,得到群间个体绝对剥夺测度和相对剥夺测度,给出了绘制不同群间的相对剥夺曲线的方法,并给出加总后群间相对剥夺的性质,最后利用 CGSS2008 数据进行了实证分析。文章把群内相对剥夺测度拓展到群间,弥补了群间相对剥夺测度研究的不足,扩大了相对剥夺理论的应用范围,并证明了已有的相对剥夺测度只是两个群相等时的一个特例。

**关键词**:群间相对剥夺;参照群;公理化特征 ;个体绝对剥夺 ;个体相对剥夺

**中图分类号**:F061.4;F126.2　**文献标识码**:A　**文章编号**:1001-9952(2014)08-0130-15

## 一、引　言

相对剥夺一词最先出现在 Stouffer 等(1949)的一篇文章中,他将一个人与比他成功的其他人比较时产生的失落感称为相对剥夺,但是他既没有给出剥夺正式的定义,也没有给出具体测量方法。Runciman(1966)对相对剥夺做出了更加精确的描述,将相对剥夺定义如下:一个人感到剥夺要满足四个条件:(1)他没有 $X$;(2)其他人在过去或者未来可以预期的某个时间里可以得到 $X$;(3)他有得到 $X$ 的欲望;(4)他认为他理应得到 $X$。

自从 Runciman 给出相对剥夺概念以来,对相对剥夺的研究便成为社会科学领域内一个非常重要的研究课题,这些研究可以划分为两个层面:一个是如何测度相对剥夺;另一个是相对剥夺对其他产出变量的影响。这些产出变量可以分为四类(J.Smith 等,2011):(1)集体行为,主要包括社会冲突和暴乱等;(2)群间态度,包括政治政策、移民、对外来人员的偏见和对内部人员身份的认同等;(3)个体有导向的行为,包括行为不良、旷工、酗酒、腐败和犯罪等;(4)对个体身心健康、沮丧与焦虑和自我评价的内部反映。国内有些学者虽然对这些变量进行了研究,但是大多采用的是群体不平等指标,例如基尼系数等,但是用群体不平等指标可能会掩盖微观水平的诱因,尽管基尼系数可以看作是相对剥夺指数——Kakwani 指数的加总,但是在实证分析时使用基尼系数做自变量会使相对剥夺较低的个体和相对剥夺较

**收稿日期**:2014-05-20

**基金项目**:国家社科基金重大项目“深化收入分配制度改革与增加城乡居民收入研究”(07&ZD045)(首席专家:陈宗胜)

**作者简介**:任国强(1967—),男,河北文安人,南开大学经济研究所博士,天津理工大学管理学院教授;

尚明伟(1991—),女,内蒙古赤峰人,天津理工大学管理学院硕士研究生;

潘秀丽(1990—),女,山东济宁人,天津理工大学管理学院硕士研究生。

高的个体忍受不平等带来的相同的负面影响,这一点无论从理论上还是直觉上都是站不住脚的,因此,微观水平的分析只能采用微观的不平等指标——个体相对剥夺指数,而研究不平等的变动趋势、区域间和群体间不平等的比较等宏观层面,则应采用加总后的相对剥夺指数——不平等指数。科学合理的相对剥夺测度指标对于研究相对剥夺对其他产出变量的影响有着至关重要的意义,可以影响其显著性和影响程度,进而影响相关政策的制定。目前比较有代表性的相对剥夺测度为:*Yitzhaki* 指数、*Kakwani* 指数、*Podder* 指数和 *Esposito* 指数。Yitzhaki (1979)最早给出了相对剥夺的测度模型,他把收入作为测度相对剥夺的变量,认为群内只要存在比该个体收入高的个体,那么该个体就会感到被剥夺,大小用相应的收入差距进行度量,该个体在群内所感到的相对剥夺为这些差距的加总再除以该群的样本数,Yitzhaki 还证明所有个体剥夺的加权平均等于绝对基尼系数;Kakwani(1984)、Chakravarty(1997)和 Deaton(2001)等学者则认为个体在一个群内的相对剥夺应该等于 *Yitzhaki* 指数除以该群的收入均值,Kakwani 还给出了一种图形化工具——相对剥夺曲线,该曲线以分位数为横坐标(收入按升序排列),该份额所对应个体的相对剥夺为纵坐标,相对剥夺曲线和两个坐标轴围成的图形的面积等于基尼系数;Podder(1996)认为某个个体和收入比其高的其他个体比,所受到的相对剥夺大小应该用收入对数的差距进行度量,该个体在群内所感到的相对剥夺为这些差距的加总再除以该群的样本数;Esposito(2010)认为个体 $i$ 和收入比他高的个体 $j$ 相比,其感到的相对剥夺等于个体 $j$ 与个体 $i$ 的收入之差再除以个体 $j$ 的收入,在群内所感受到的相对剥夺为上述剥夺的加总再除以该群的样本数,和其他三个指数相比,*Esposito* 指数才是真正意义上的相对剥夺测度。无论采用何种测度对象,也不论采用哪种指数,经过计算后得到的个体相对剥夺指数可以被认为是一种客观存在,而不再是主观感受,但是这两者之间还是有着显著的关联关系,例如 D'Ambrosio 等 (2007)的实证分析结果表明相对剥夺和收入的主观满意度之间有着显著的负相关关系。上述四个指数均是以全体社会成员作为参照群进行研究的,没有对参照群的概念给予足够的关注。

但是,个体间进行收入比较时,一个人往往是和与其具有某些共同特征的人比较,而不一定是一个社会的所有个体。Silber 和 Verme(2010)认为在评价一个人在社会中的状况时,该个体把他自己和所处环境与其类似的个体进行比较,这里的环境,不仅指 Frank (2007) 所说的"居住环境",还可以是一个个体的"职业环境"或他的"家庭环境"(背景)等其他方面。总之,一个群体所共有的一些特征都可以用来作为确定参照群的标准,这种特征可以是种族、性别、教育水平(Eibner 和 Evans,2004),也可以是种族、年龄、社会阶层、宗教信仰、政治价值观以及地理区域(Bylsma 和 Major,1994)等。此外,Ferrer-i-Carbonell (2005) 认为和某个个体年龄相近、教育程度类似并且居住在同一区域内的群体可以作为其参照群。

目前相对剥夺的研究主要集中在群内的相对剥夺,当考虑一个个体在其所在的某个参照群内的相对剥夺时,学术界通常采用两种方法:一是把现有的以全体社会成员为参照群的相对剥夺指数应用于该参照群,不同的是该参照群中的个体比较的对象是该参照群中收入比他高的个体,而不是全体社会成员中收入比他高的个体;二是建立集成参照群的相对剥夺指数,这方面开创性的工作可归功于 Ebert 和 Moyes(2000),他们假设任何一个人口的子集均可以作为一个参照群,该参照群中收入高于研究个体收入的所有个体构成比较群,在此基础上建立了集成参照群的相对剥夺模型,并探讨了其满足的公理化特征;Bossert 和 D'Ambrosio (2006)对参照群和比较群的定义做了明确的界定,他们认为参照群包括所有和该个体比较的成员,而比较群则是这些成员中收入较高的群体构成的子集,在参照群被固定和整

个社会给定的条件下，在一个统一的框架内给出了 *Yitzhaki* 指数的公理化特征，弥补了 Ebert 和 Moyes (2000) 方法的不足；Silber 和 Verme(2010 和 2012)也尝试在测度相对剥夺时集成参照群的思想。

但是在现实中一个人感受到的剥夺不仅来自自己所在的参照群内部，也来自于和其他群体的比较，例如蓝领和白领的比较、农村居民和城镇居民比较、非垄断行业员工和垄断行业员工的比较等。Runciman(1966)也没有把相对剥夺的概念局限于一个参照群内，他认为一个个体本身属于一个群，但是进行比较的却可能是另外的群。但是，到目前为止对不同群间相对剥夺研究的文献却比较稀少，Martín 和 Olmedo(2007)把 *Yitzhaki* 指数推广到不同群之间，并把一个群内的绝对剥夺分解为子群内部和子群间绝对剥夺的加总；洪兴建(2008)在研究基尼系数子群分解时也曾给出了群间相对剥夺的测度公式；任国强等(2011)采用推广 *Kakwani* 指数的方法，克服了洪兴建(2008)的缺陷。

尽管群间的相对剥夺已经有了一定的研究进展，但仍在以下方面有待进行改进。首先，现有研究没有把参照群的思想集成到群间剥夺的测度模型中，造成群内剥夺测度和群间剥夺测度分别是在不同的框架下进行，没有形成统一的分析框架；其次，已有研究只是解决了群间剥夺测度的一个方面，即构造一个群间剥夺测度，然后分析该测度的性质，没有给出一个函数满足哪些公理就是我们给出的群间剥夺测度的证明，即只证明了群间剥夺测度充分必要条件中的必要条件；再次，现有群间剥夺的出发点都是基尼系数的子群分解，偏重于群内剥夺和群间剥夺形式的一致性、群间剥夺的正规性和是否为真正意义上的加权平均等方面，但是群间剥夺除了应用于基尼系数子群分解外，还有一个重要的目的是研究降低群间收入差距的措施，从而提出科学的、可操作性的政策建议，因此有必要对加总后的群间剥夺的性质进行进一步深入研究。

本文的主要目的是把 *Kakwani* 方法扩展到不同的群体，使不同群体间的个体能够进行比较。这样就能够获得属于某个群的个体相对于另一个群中所有个体的相对剥夺，进一步可得到一个群相对于另一个群的相对剥夺，并可深入分析群间剥夺的性质，而 *Kakwani* 指数只是两个群的收入变量具有相同分布情况下的一个特例。群内和群间的个体剥夺可应用于确定相对剥夺对诸如健康、迁移、不良习惯和消费等指标的影响，而群间相对剥夺则是分析降低群间收入差距的一个重要工具。本文在已有研究的基础上，首先通过构造一个个体在另一个群中的比较群，建立集成参照群思想的相对剥夺测度的统一分析框架，得到个体绝对剥夺测度，分析了该个体绝对剥夺测度满足的一系列性质，并证明如果一个函数满足聚焦性公理、加和可分解性公理、平移不变性公理、线性齐次性公理和正规化公理，则该函数就是我们给出的个体绝对剥夺测度，在此框架下现有的群内相对剥夺只是个体所在群和参照群相同时的一个特例；其次，在个体绝对剥夺测度的基础上，我们得到了个体相对剥夺测度，通过拓展 Kakwani 理论，绘制了不同群间的相对剥夺曲线；再次，在前面研究的基础上进一步给出加总后的群间相对剥夺的性质；最后，利用 CGSS2008 数据进行了实证分析。

## 二、参照群、群间个体绝对剥夺及其公理化特征

(一)符号说明。设 $R(R_+)$代表所有的实数(正实数)。$R_+^n$ 为每个分量均为正值的 $n$ 维向量空间，$I^n$ 是 $n$ 维单位向量。设 $X$、$Y$ 是两个群，样本数分别为 $n,m$，$N=\{1,2,\cdots,n\}$，$M=\{1,2,\cdots,m\}$，这两个群对应的收入向量分别为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$y=(y_1,y_2,\cdots,y_m)$，其中 $x_i,y_j$ 分别为 $X$ 中个体 $i$ 和 $Y$ 中个体 $j$ 的收入，$i\in N$，$j\in M$，我们假设对于 $Y$ 中任何

一个个体$k$，其参照群为$X$，其比较群为$X$中收入高于$y_k$的个体，则$B_k(x)=B_k(X)=\{i\mid x_i>y_k,1\leqslant i\leqslant n\}$即为$Y$中个体$k$的比较群。我们令$Min(Y)$为群$Y$中的最低收入，$Max(X)$为群$X$中的最高收入，则$Min_X(Y)=\{i\mid x_i<Min(Y),1\leqslant i\leqslant n\}$为$X$中收入比$Y$中最低收入还要低的个体构成的集合，$Max_Y(X)=\{j\mid Max(X)<y_j,1\leqslant j\leqslant m\}$是$Y$中收入比$X$中最高收入还要高的个体构成的集合。任给$x^1,x^2\in R_+^n$，$N$的一个子集$K$，向量$x=(x^1\mid K,x^2\mid N\backslash K)$的定义如下：

$$\text{对于任意 } i\in N,\text{有 } x_i=\begin{cases}x_i^1,\text{如果 } i\in K\\ x_i^2,\text{如果 } i\in N\backslash K\end{cases}$$

（二）集成参照群的群间个体绝对剥夺测度及其性质。根据Runciman（1966）、Yitzhaki（1979）和任国强等（2011）的相关定义，我们给出属于不同群的两个个体间的剥夺的定义。

定义1：设$X$、$Y$是两个群，$x_i$是$X$中个体$i$的收入，$y_k$是$Y$中个体$k$的收入。则$X$中个体$i$对$Y$中个体$k$的剥夺为：

$$AD_{XY}(x_i,y_k)=Max(x_i-y_k,0) \tag{1}$$

由定义可得，如果$x_i>y_k$，则$X$中个体$i$对$Y$中个体$k$的剥夺为$x_i-y_k$，否则为0。

由于$X$是群$Y$中个体$k$的参照群，个体$k$和群$X$中收入高于他的个体相比都会产生剥夺，根据已有文献的通常做法，计算群$X$中每个个体与$Y$中个体$k$的剥夺，并对群$X$中的所有个体求和，然后除以群$X$的样本数$n$，得到群$X$对群$Y$中个体$k$的绝对剥夺$AD(x,y_k)$为：

$$AD(x,y_k)=\sum_{i=1}^{n}AD_{XY}(x_i,y_k)/n=\sum_{i\in B_k(X)}AD_{XY}(x_i,y_k)/n \tag{2}$$

我们定义$n_{y_k}^+$是$X$中收入超过$y_k$的样本数，$\mu_{y_k}^+$是$X$中收入超过$y_k$的样本收入的平均值，$\gamma_{y_k}^+$是$X$中收入超过$y_k$的样本数占$X$中总样本的百分比，则有：

$$\begin{aligned}AD(x,y_k)&=\sum_{i\in B_k(X)}AD_{XY}(x_i,y_k)/n=(\sum_{i\in B_k(X)}x_i-\sum_{i\in B_k(X)}y_k)/n\\&=(n_{y_k}^+\times\mu_{y_k}^+-n_{y_k}^+\times y_k)/n=\gamma_{y_k}^+(\mu_{y_k}^+-y_k)\end{aligned} \tag{3}$$

根据公式(3)，我们可以很容易地求出群$X$对群$Y$中任何一个个体的绝对剥夺。

群$X$对群$Y$中个体$k$的绝对剥夺$AD(x,y_k)$是群$X$的收入分布$x$和群$Y$中某个个体收入$y_k$的函数，它具有如下性质：

性质1：①在$x$保持不变的条件下，$AD(x,y_k)$是群$Y$中收入的严格递减函数，即对任意$k,l\in M$，如果$y_k>y_l$，则$AD(x,y_k)<AD(x,y_l)$。

性质2：②在$x$保持不变的条件下，$AD(x,y_k)$是群$Y$中个体收入的严格凹函数。

性质3：$AD(x,y_k)$是非负的，如果群$Y$中某个个体的收入比$X$中的最高收入都高，则群$X$对该个体的剥夺为0。

因为对任意一对$x_i$和$y_k$，$AD_{XY}(x_i,y_k)$都$\geqslant 0$，所以$AD(x,y_k)$是非负的。如果$Max_Y(X)\neq\Phi$，即至少存在一个$k\in M$使得$y_k\in Max_Y(X)$，则对$X$中任意一个个体$i$的收入$x_i$，都有$x_i<y_k$，所以$AD_{XY}(x_i,y_k)=0$，$1\leqslant i\leqslant n$；进而可得$AD(x,y_k)=0$。

性质4：$AD(x,y_k)$只与$X$中收入高于$y_k$的个体有关，与低于$y_k$的个体无关。

性质4在很多文献中被称为焦点（Focus）公理，其严格数学意义的表述如下：任给两个样本数为$n$的群$X$、$Z$，其收入分布为$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)$，如果$B_k(X)$

①证明见任国强（2011），Martín和Olmedo（2007）。

②证明见Martín和Olmedo（2007），在其证明中，采用的是连续的收入分布，$AD(x,y_k)$对$y_k$的二阶导数等于$y_k$在$X$中的密度函数，所以大于0，即在$x$保持不变的条件下，$AD(x,y_k)$是群$Y$中收入的严格凹函数。

$=B_k(Z)$，且对于 $i\in B_k(X)$ 都有 $y_i=z_i$，那么就有 $AD(x,y_k)=AD(z,y_k)$。

性质5和性质6说明 $X$ 中个体收入的变化如何影响 $AD(x,y_k)$。

性质5：群 $X$ 中收入高于 $y_k$ 的任何一个个体收入的增加，都会使 $AD(x,y_k)$ 增加；X中收入高于 $y_k$ 的任何一个个体收入的减少，都会使 $AD(x,y_k)$ 减少。

性质6：群 $X$ 中收入低于 $y_k$ 的任何一个个体收入的增加，只要增加后的收入不超过 $y_k$，$AD(x,y_k)$ 就不变；$X$ 中收入低于 $y_k$ 的任何一个个体收入的减少，$AD(x,y_k)$ 都不变。

性质7和性质8说明群 $X$ 中个体的收入转移对 $AD(x,y_k)$ 的影响。

性质7：群 $X$ 中收入高于 $y_k$ 的两个个体间的收入转移，只要转移后两个个体的收入仍都高于 $y_k$，则 $AD(x,y_k)$ 不变；群 $X$ 中收入低于 $y_k$ 的两个个体间的收入转移，只要转移后两个个体的收入仍都低于 $y_k$，则 $AD(x,y_k)$ 不变。

性质8：群 $X$ 中收入高于 $y_k$ 的个体向收入低于 $y_k$ 的个体进行收入转移，$AD(x,y_k)$ 减少。

性质9和性质10说明如果群 $X$ 中所有个体的收入和群 $Y$ 中个体 $k$ 的收入 $y_k$，都发生同一程度的变化，$AD(x,y_k)$ 如何变化。

性质9：如果群 $X$ 中所有个体 $i$ 的收入 $x_i$ 和群 $Y$ 中个体 $k$ 的收入 $y_k$ 都增加一个相同的数值，则 $AD(x,y_k)$ 不变。

性质9在很多文献中被称为平移不变性(Translation invariance)公理，Bossert和D'Ambrosio(2006)给出的严格数学意义的表述如下：对所有使得 $x+\delta\times I^n\in R_+^n$，$y_k+\delta\in R_+$ 成立的 $x\in R_+^n$，$\delta\in R$，都有 $AD(x+\delta\times I^n,y_k+\delta)=AD(x,y_k)$。

因为对群 $X$ 中任何一个个体 $i$，都有 $AD_{XY}(x_i+\delta,y_k+\delta)=AD_{XY}(x_i,y_k)$，所以性质9成立。但是，如果 $\delta\in R$ 为负值，那么可能存在 $x\in R_+^n$，使得 $x+\delta\times I^n$ 的某些分量小于0，不满足其 $x+\delta\times I^n\in R_+^n$ 的假设，因此，上述平移不变性公理是有条件限制的，为了使平移不变性公理对所有 $x\in R_+^n$ 都成立，我们对Bossert和D'Ambrosio(2006)的不变性公理进行了如下扩展：

对所有 $x\in R_+^n$，以及使得 $y_k+\delta\in R_+$ 的实数 $\delta$，令 $z=x+\delta\times I^n$ 的任意一个分量 $z_i=\max(x_i+\delta,0)$，则有 $AD(z,y_k+\delta)=AD(x,y_k)$。

因为对群X中任何一个个体 $i$，如果 $x_i>y_k$，则 $x_i+\delta>y_k+\delta$，此时 $AD_{XY}(x_i+\delta,y_k+\delta)=AD_{XY}(x_i,y_k)$，如果 $x_i<y_k$，则不管 $z_i>0$ 或 $z_i=0$，都有 $z_i<y_k+\delta$，所以 $AD_{XY}(z_i,y_k+\delta)=0$，而此时 $AD_{XY}(x_i,y_k)=0$，所以有 $AD(x+\delta\times I^n,y_k+\delta)=AD(x,y_k)$，也就是 $AD(z,y_k+\delta)=AD(x,y_k)$。

性质10：①如果群 $X$ 中所有个体的收入和群 $Y$ 中个体 $k$ 的收入都按同一比例变化，则 $AD(x,y_k)$ 也按同一比例变化。即对任意 $x\in R_+^n$，$\lambda\in R_+$ 有 $AD(\lambda x,\lambda y_k)=\lambda AD(x,y_k)$。

（三）群间个体绝对剥夺的公理化特征。集成参照群思想的个体绝对剥夺测度模型研究文献主要有二，一是Ebert和Moyes(2000)给出，二是Bossert和D'Ambrosio(2006)给出。两者的一个重大区别就是参照群选取不同，由此带来的个体绝对剥夺的公理化特征无论是个数还是内涵都有很大的区别。Bossert和D'Ambrosio(2006)认为对其选择的参照群，个体独立性和匿名性并非需要，加和可分解性的内涵也大有不同，加和可分解性是一种分离性质，Ebert和Moyes(2000)称之为加性分解，其假定在收入分配保持不变的情况下，如果参照群被分为两个子群，则相对于该参照群的个体绝对剥夺等于相对于被分解成的两个子群

①性质10在很多文献中被称为线性齐次性(Linear homogeneity)。

的个体绝对剥夺的加总。显然,如果参照群是固定的而且是由整个社会给出的,除了退化的情况外,加性公理是不成立的。Bossert 和 D'Ambrosio(2006)的解决办法是:如果一个个体 $k$ 的比较群被分为两个子群,则由原先的收入分配可以得到两个新的收入分配,令这两个收入分配中属于其他子群的个体的收入都等于个体 $k$ 的收入 $y_k$,其他收入不变,然后对这两个收入分配应用可加性。他们的做法虽然存在一定的合理性,但是其将收入分配中属于其他子群的个体的收入强行改为 $y_k$ 的做法,缺乏科学依据。

那么,如何定义加和可分解性公理才合理呢?我们试图先对 $AD(x,y_k)$ 满足的分解性质进行分析,然后通过分析得到的公式,反过来定义加和可分解性公理。

首先,我们设 $x\in R_+^n$ 是群 X 对应的收入分配,令 $x^1=(xI^n\,|\,N\backslash B_k(x),0I^n\,|\,B_k(x))$,$x^2=(0I^n\,|\,N\backslash B_k(x),x\,|\,B_k(x))$,由于收入低于 $y_k$ 的个体对个体绝对剥夺不起作用,则 $AD(x^1,y_k)=0$,那么 $AD(x,y_k)=AD(x^1,y_k)+AD(x^2,y_k)=AD(x^2,y_k)$,如果 $B_k(x)$ 又被分解为两个子群 $B^1$ 和 $B^2$,使得 $B^1\cap B^2=\Phi$ 并且 $B^1\cup B^2=B_k(x)$,令 $x^3=(0I^n\,|\,N\backslash B^1,x\,|\,B^1)$,$x^4=(0I^n\,|\,N\backslash B^2,x\,|\,B^2)$,根据我们给出的个体绝对剥夺的定义有 $AD(x,y_k)=AD(x^2,y_k)=AD(x^3,y_k)+AD(x^4,y_k)$,注意到 $x=x_1+x_3+x_4$,因此加和可分解性在这里可以理解为 $AD(x,y_k)$的"线性性"。这里之所以加上引号是因为该"线性性"是有条件的,即只有对上述方式得到的收入分配才有效。由此,我们得到更加合理的加和可分解性定义如下:

对所有的 $x\in R_+^n$,$B^1,B^2\subseteq B_k(x)$,如果 $B^1\cap B^2=\Phi$ ,$B^1\cup B^2=B_k(x)$,那么有:

$$AD(x,y_k)=AD((0I^n\,|\,N\backslash B^1,x\,|\,B^1),y_k)+AD((0I^n\,|\,N\backslash B^2,x\,|\,B^2),y_k) \tag{4}$$

考虑个体绝对剥夺的公理化特征时,有一个公理是必须包含的,这个公理就是正规化公理。本文采用的正规化公理和 Bossert 和 D'Ambrosio(2006)的类似,但是由于本文考虑的是不同群间的相对剥夺,因此对被参照的个体要明确指定其收入为 0。进而本文使用的正规化公理如下:对于收入分配 $x$,当存在个体 $j$ 使得 $x_j=1$ 且对任意 $i\in N,i\neq j$ 都有 $x_i=0$ 时,$AD(x,0)=1/n$。有了上述准备,我们可以得到如下定理:

定理 1:一个个体剥夺指数 $D(x,y_k)$满足聚焦性公理、平移不变性公理、线性齐次性公理、正规化公理及加和可分性公理的充分必要条件是 $D(x,y_k)=AD(x,y_k)$

证明:当 $D(x,y_k)=AD(x,y_k)$时,很容易可证该指数满足以上公理。反向证明如下:

假设 $D(x,y_k)$是满足以上公理化特征的个体剥夺指数,考虑如下分布 $(x_jI_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}})$,其中 $x_j>y_k$,即该分布中除了第 j 个个体外,其他个体的收入都为 0,即 $B_k((x_jI_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}))=\{j\}$。根据平移不变性公理,令 $\delta=-y_k$ 则有:

$$D((x_jI_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),y_k)=D(((x_j-y_k)I_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),0)$$

令 $f_k^j(y_j-y_k)=D(((y_j-y_k)I_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),0)$,根据线性齐次性公理,令 $\lambda=1/(y_j-y_k)$则有:$f_k^j(y_j-y_k)=f_k^j(1)(y_j-y_k)$,所以:$D((y_jI_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),y_k)=f_k^j(1)(y_j-y_k)$。根据正规化公理 $f_k^j(1)=D((1I_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),0)=1/n$,因此可得:

$$D((y_jI_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),y_k)=(y_j-y_k)/n \tag{5}$$

令 $x\in R_+^n$,假设 $B_k(x)=\Phi$,根据加和可分性定理得 $B^1=B^2=\Phi$,进而 $D(x,y_k)=0$。假设 $B_k(x)\neq\Phi$,令 $z=(0I^n\,|\,N\backslash B_k(x),x\,|\,B_k(x))$,则 $B_k(x)=B_k(z)$,并且任意的 $j\in B_k(x)$,都有 $x_j=z_j$,根据聚焦性公理,有 $D(x,y_k)=D(z,y_k)$,结合聚焦性公理以及多次使用加和可分性公理可得:$D(x,y_k)=\sum_{j\in B_k(x)}D((x_jI_n\,|_{\{j\}},0I_n\,|_{N\backslash\{j\}}),y_k)$,与(5)式联立可得:$D(x,y_k)=\sum_{j\in B_k(x)}(x_j-y_k)/n=AD(x,y_k)$。

个体绝对剥夺指数尽管有很多良好的性质，但也有很多缺点：(1)由于个体绝对剥夺没有一个明确的范围界限，我们很难根据一个个体绝对剥夺的数值对其剥夺程度给出一个明确的评价；(2)个体绝对剥夺指数是有量纲的，而且取值不在[0,1]，因此不能用于多维剥夺的加总过程；(3)个体绝对剥夺不仅对样本数目敏感，也对收入规模敏感，例如所有样本的收入增加一倍，个体的绝对剥夺也增加一倍，这一点明显与实际的经验不符，当把个体绝对剥夺指数应用于不同社区、不同时间比较时，这一点尤其要引起注意(Eibner 和 Evans，2005；Lhila 和 Simon，2010)。因此，有必要在个体绝对剥夺指数的基础上，得到性质更佳的相对剥夺测度。

## 三、群间个体相对剥夺测度及相对剥夺曲线

(一)个体相对剥夺测度的定义和性质。

定理 2：个体绝对剥夺测度 $AD(x,y_k)<\mu_X$。

证明：$\forall j\in B_k(x)$，都有 $x_j-y_k\leqslant x_j$，当且仅当 $y_k=0$ 时等号成立，所以 $AD(x,y_k)=\sum_{j\in B_k(x)}(x_j-y_k)/n\leqslant\sum_{j\in B_k(x)}x_j/n\leqslant\sum_{j=1}^{n}x_j/n=\mu_X$。

既然，$AD(x,y_k)$ 取值范围在 0 到 $\mu_X$ 之间，则 $0<AD(x,y_k)/\mu_X<1$，因此我们从个体绝对剥夺指数出发就得到了一个相对剥夺指数。

定义 2：我们称 $AD(x,y_k)/\mu_X=\sum_{j\in B_k(x)}(x_j-y_k)/n\mu_X$ 为个体相对剥夺指数，记为 $RD(x,y_k)$。

当群 $X$ 和群 $Y$ 是同一个群时，$RD(x,y_k)$ 就是传统意义上的 *Kakwani* 指数。根据公式(3)我们可以给出个体相对剥夺的一个简单的计算公式：

$$RD(x,y_k)=AD(x,y_k)/\mu_X=\gamma_{y_k}^{+}[(\mu_{y_k}^{+}-y_k)/\mu_X] \tag{6}$$

为了和传统的相对剥夺的概念相一致，群 $X$ 对群 $Y$ 中个体 $k$ 的个体相对剥夺 $RD(x,y_k)$ 也记为 $RD(X,y_k)$，这个记号的一个好处是我们可以认为群 $X$ 的维数是可变的，$RD(X,y_k)$ 具有如下性质：

性质 1：在群 $X$ 保持不变的条件下，$RD(X,y_k)$ 是群 $Y$ 中收入的严格递减函数，即如果 $y_k>y_l$，则 $RD(X,y_k)<RD(X,y_l)$。

性质 2：$RD(X,y_k)$ 取值范围在 0 和 1 之间，而且无量纲。

性质 3：如果群 $Y$ 中某个个体的收入比 $X$ 中的最高收入都高，则群 $X$ 对该个体的相对剥夺为 0。

性质 4：$RD(X,y_k)$ 满足规模不变性，即如果群 $X$ 中所有个体 $i$ 的收入 $x_i$ 和群 $Y$ 中个体 $k$ 的收入 $y_k$ 都按同一比例变化，则 $RD(X,y_k)$ 不变。

性质 5：群 $X$ 中收入高于 $y_k$ 的两个个体间的收入转移，只要转移后两个个体的收入仍都高于 $y_k$，则 $RD(X,y_k)$ 不变；群 $X$ 中收入低于 $y_k$ 的两个个体间的收入转移，只要转移后两个个体的收入仍都低于 $y_k$，则 $RD(X,y_k)$ 也不变。

性质 6：个体相对剥夺满足加和可分解性，即设 $X_1,X_2\subseteq X$，使得 $X_1\cap X_2=\Phi$ 并且 $X_1\cup X_2=X$，则 $RD(X,y_k)=\theta_1 RD(X_1,y_k)+\theta_2 RD(X_2,y_k)$，其中 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 分别是两个子群 $X_1,X_2$ 在群 X 中的收入份额。

证明：根据个体相对剥夺的定义，有 $RD(X_1,y_k)=\sum_{j\in B_k(X_1)}(x_j-y_k)/n_1\mu_{X_1}$，$RD(X_2,y_k)=\sum_{j\in B_k(X_2)}(x_j-y_k)/n_2\mu_{X_2}$，那么 $RD(X,y_k)=\sum_{j\in B_k(X)}(x_j-y_k)/n\mu_X=(\sum_{j\in B_k(X_1)}(x_j-y_k)+\sum_{j\in B_k(X_2)}(x_j-y_k))/n\mu_X=(n_1\mu_{X_1}RD(X_1,y_k)+n_2\mu_{X_2}RD(X_2,y_k))/n\mu_X=\theta_1 RD(X_1,y_k)+\theta_2 RD(X_2,y_k)$。

但是个体绝对剥夺的很多重要性质，个体相对剥夺 $RD(X,y_k)$ 却不一定具备，如 RD

$(X, y_k)$不一定是凹函数;它不仅与 $X$ 中收入高于 $y_k$ 的个体有关,也与收入低于 $y_k$ 的个体有关,其中收入低于 $y_k$ 的个体对 $RD(X, y_k)$的影响主要是通过 $\mu_X$ 来实现的;此外个体相对剥夺不再满足平移不变公理和线性其次性公理等。但是,由于其取值在 0 和 1 之间、无量纲、规模不变性等性质,以及良好的图形表现工具,在实证分析中还是得到了广泛应用。

(二)群间个体相对剥夺曲线。Kakwani(1984)给出的个体相对剥夺测度只是我们群间个体相对剥夺的一个特殊情况(两个群相同),下面我们要对 Kakwani(1984)的相对剥夺曲线绘制方法进行扩展,给出群内相对剥夺曲线和群间相对剥夺曲线的一个统一的分析框架。

设 $X$,$Y$ 是两个收入群,群 $X$ 的均值为 $\mu_X$,概率密度函数为 $f_1(x)$,$F_1(x)=\int_0^x f_1(y)dy$ 为其概率分布函数;群 $Y$ 的均值为 $\mu_Y$,概率密度函数为 $f_2(x)$,$F_2(x)=\int_0^x f_2(y)dy$ 为其概率分布函数,群 $Y$ 中一个个体的收入为 $y_0$,根据 Martín 和 Olmedo(2007)的结果,群 $X$ 对群 $Y$ 中收入为 $y_0$ 的个体的绝对剥夺可以写成:

$$
\begin{aligned}
D(X, y_0) &= \int_{y_0}^{\infty}(z-y_0)dF_1(z)=\int_{y_0}^{\infty} zdF_1(z)-y_0(1-F_1(y_0)) \\
&= \int_0^{\infty} zdF_1(z)-\int_0^{y_0} zdF_1(z)-y_0(1-F_1(y_0)) \\
&= \mu(1-L(F_1(y_0)))-y_0(1-F_1(y_0))
\end{aligned}
\tag{7}
$$

则群 $X$ 对群 $Y$ 中收入为 $y_0$ 的个体的相对剥夺即为:

$$RD(X, y_0)=(1-L(F_1(y_0)))-y_0(1-F_1(y_0))/\mu_X \tag{8}$$

令 $p$ 为分位数,则 $0<p<1$,与 $p$ 对应的群 Y 中个体收入为 $y_p$,则 $p=F_2(y_p)$,那么 $y_p=F_2^{-1}(p)$,代入(8)式有:

$$RD(X, F_2^{-1}(p))=(1-L(F_1(F_2^{-1}(p))))-F_2^{-1}(p)(1-F_1(F_2^{-1}(p)))/\mu_X \tag{9}$$

我们称(9)式为群 $X$ 对群 $Y$ 中分位数 $p$ 的相对剥夺,记为 $RD(X, p)$,这样给定群 Y 中的一个分位数 $p$,我们就可以得到群 $X$ 对 $p$ 的相对剥夺 $RD(X, p)$,把这些点描绘在以分位数为横轴、以相对剥夺为纵轴的坐标平面上,就可以得到群 $X$ 对群 $Y$ 中个体的相对剥夺曲线。Kakwani 给出的相对剥夺曲线是我们给出方法当群 $X$ 和群 $Y$ 是同一个群即 $F_1=F_2=F$ 时的一个特例,所以(9)式就可写成:

$RD(X, p)=(1-L(p))-(F^{-1}(p)/\mu_X)(1-p)$,这里函数 $L(p)$代表洛伦兹曲线,满足:(1)$p=0$,$L(p)=0$;(2)$p=1$,$L(p)=1$;(3)$(dL(p)/dp)=y_p/\mu_X$;(4)$(d^2L(p)/dp^2)=1/f(y_p)$。所以 $RD(X, p)=(1-L(p))-(dL(p)/dp)(1-p)$ (10)

(10)式即为 Kakwani(1984)给出的个体相对剥夺的计算公式,通过相对剥夺曲线,可以给出相对剥夺随分位数变化的一个直观认识。相对剥夺曲线具有以下特点:

(1)相对剥夺曲线是向右下方倾斜的一条曲线,但不是严格单调下降的,因为对应不同的分位数 $p$,其对应的收入可能是相同的;

(2)当 $p=0$ 时,$RD(X, p)$不一定等于 1,因为如果群 $Y$ 中的最低收入不等于 0,则群 $X$ 对该收入的相对剥夺一定小于 1;同样,当 $p=1$ 时,$RD(X, p)$也不一定等于 0,因为群 $X$ 中可能存在某些个体其收入比群 $Y$ 的最高收入还要高。但是,如果 $X=Y$,则有 $p=1$,$RD(X, p)=0$。

(3)相对剥夺曲线的陡峭程度取决于两个量:一是分位数 $p$,二是概率密度函数 $f(x)$。为简单起见我们以群 $X$ 和群 $Y$ 为同一群这一特殊情况加以证明,因为:$RD(X, p)=(1-L(p))-(dL(p)/dp)(1-p)$,所以 $dRD(X, p)/dp=-(dL(p)/dp)-(d^2L(p)/dp^2)(1-p)+(dL(p)/dp)=-(d^2L(p)/dp^2)(1-p)=-(1-p)/f(x)$。

因此,如果 $p$ 越小,$f(x)$越小,则 $dRD(X, p)/dp$ 的绝对值越大,相对剥夺曲线越陡峭。

虽然,给了个体相对剥夺函数 $RD(X, p)$,我们就可以绘出相对剥夺曲线,但是实际绘

制时往往不是采用 $RD(X,p)$，而是按下述步骤来进行：

(1)将群 $Y$ 中所有个体按照收入递增的顺序排列；

(2)对群 $Y$ 中的个体进行分组，找出每个分位数 $p_i$(可以是百分位或十分位)，对应的个体的序号 $k_i$，然后根据序号找到其对应的收入 $y_{k_i}$；

(3)按照公式 $RD(X,y_{k_i})=\gamma^+_{y_{k_i}}(\mu^+_{y_{k_i}}-y_{k_i})/\mu_X$，计算每个 $y_{k_i}$ 对应的相对剥夺；

(4)把所有的点($p_i$，$RD(X,y_{k_i})$)连接起来就得到个体相对剥夺曲线。

## 四、群间总体剥夺及其性质

对群内所有个体的相对剥夺进行加权平均就得到一个群的总体相对剥夺，这个做法把一些不平等指数和个体相对剥夺建立起密切的联系，使得不平等指数有了其微观基础，对于加总的权重大多数文献采用的是等权重的方法，即如果一个全体有 $n$ 个样本，则每个样本的权重就是 $1/n$，例如 *Yitzhaki* 指数采用等权重进行加总得到绝对基尼系数，*Kakwani* 指数采用等权重进行加总得到基尼系数，Imedio-Olmedo 等(2011)定义了两个个体剥夺指数，并证明这两个个体剥夺指数采用等权重进行加总得到的总体剥夺分别为不平等指数绝对 *Bonferroni* 指数和绝对 *De Vergottini* 指数，而 Cowell 等(2004)则分析了个体相对剥夺的三种情况：*BOP*(和收入最高者相比)、*AVE*(和均值相比)和 *ATBO*(和收入比他高的人相比)，并采用不同的权重定义了加总后的不平等指数。根据上述研究文献采用等权重方法对 $Y$ 中所有元素 $y_k$ 相对于群 $X$ 受到的剥夺 $RD(X,y_k)$取算术平均，得到群 $X$ 对群 $Y$ 的相对剥夺：

$$RD(X,Y)=\sum_{k=1}^{m}RD(X,y_k)/m=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in B_k(X)}AD_{XY}(x_i,y_k)/mn\mu_X \tag{11}$$

根据对称性 $RD(Y,X)=\sum_{j=1}^{n}RD(Y,x_j)/n=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i\in B_j(Y)}AD_{YX}(y_i,x_j)/mn\mu_Y$，当 $X=Y$ 时，$RD(X,X)$即为群 X 的基尼系数。群间相对剥夺满足如下性质。

定理 3：(任国强，2011)$RD(X,Y)$，$RD(Y,X)$均小于 1。

定理 4：(任国强，2011)如果 $\Delta_{XY}=\frac{1}{nm}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}|x_i-y_j|$，其中 $x_i\in X$，$y_j\in Y$，则有：

$$\mu_X RD(X,Y)+\mu_Y RD(Y,X)=\Delta_{XY},\ \mu_X RD(X,Y)-\mu_Y RD(Y,X)=\mu_X-\mu_Y \tag{12}$$

$$\mu_X RD(X,Y)=\frac{1}{2}(\mu_X-\mu_Y)+\frac{1}{2}\Delta_{XY},\ \mu_Y RD(Y,X)=\frac{1}{2}(\mu_Y-\mu_X)+\frac{1}{2}\Delta_{XY} \tag{13}$$

定理 4：给了我们一个计算群 $X$ 对群 $Y$ 的相对剥夺 $RD(X,Y)$和群 $Y$ 对群 $X$ 的相对剥夺 $RD(Y,X)$的便捷方法，也即：

$$RD(X,Y)=\frac{1}{2\mu_X}(\mu_X-\mu_Y)+\frac{1}{2\mu_X}\Delta_{XY}=\frac{1}{2}-\frac{\mu_Y}{2\mu_X}+\frac{1}{2\mu_X}\Delta_{XY} \tag{14}$$

$$RD(Y,X)=\frac{1}{2\mu_Y}(\mu_Y-\mu_X)+\frac{1}{2\mu_Y}\Delta_{XY}=\frac{1}{2}-\frac{\mu_X}{2\mu_Y}+\frac{1}{2\mu_Y}\Delta_{XY} \tag{15}$$

而且，当 $\mu_X=\mu_Y$ 时，$RD(X,Y)=RD(Y,X)$。

定理 5：如果群 X 和群 Y 是分离的，即 $Min(X)>Max(Y)$，则有 $RD(X,Y)=1-(\mu_Y/\mu_X)$，$RD(Y,X)=0$。

证明：如果 $Min(X)>Max(Y)$，则有：$\Delta_{XY}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}|x_i-y_j|/nm=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(x_i-y_j)/nm=\mu_X-\mu_Y$，所以 $RD(X,Y)=1-(\mu_Y/\mu_X)$，$RD(Y,X)=0$。

定理 6：$RD(X,Y)=RD(Y,X)$的充分必要条件为 $\mu_X=\mu_Y$；$RD(X,Y)>RD(Y,X)$的

充分必要条件为 $\mu_X>\mu_Y$。

证明:由于 $RD(X,Y)=\frac{1}{2}-\frac{\mu_Y}{2\mu_X}+\frac{1}{2\mu_X}\Delta_{XY}$,$RD(Y,X)=\frac{1}{2}-\frac{\mu_X}{2\mu_Y}+\frac{1}{2\mu_Y}\Delta_{XY}$,所以 $RD(X,Y)-RD(Y,X)=\frac{1}{2}(\frac{\mu_X}{\mu_Y}-\frac{\mu_Y}{\mu_X})+\frac{\Delta_{XY}}{2}(\frac{1}{\mu_X}-\frac{1}{\mu_Y})=\frac{1}{2\mu_X\mu_Y}(\mu_X^2-\mu_Y^2)+\frac{\Delta_{XY}}{2\mu_X\mu_Y}(\mu_Y-\mu_X)=\frac{(\mu_X-\mu_Y)}{2\mu_X\mu_Y}(\mu_X+\mu_Y-\Delta_{XY})$。

根据 $\Delta_{XY}$ 的定义,有 $\Delta_{XY}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}|x_i-y_j|/nm\leqslant\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(x_i+y_j)/nm=\mu_X+\mu_Y$,该等式成立除非所有 $y_j=0,j=1,2,\cdots,m$,所以,如果 $\mu_X=\mu_Y$,则有 $RD(X,Y)=RD(Y,X)$,反之,如果 $RD(X,Y)=RD(Y,X)$,则有 $\mu_X=\mu_Y$;如果 $\mu_X>\mu_Y$,则有 $RD(X,Y)>RD(Y,X)$,反之如果 $RD(X,Y)\geqslant RD(Y,X)$,则有 $\mu_X\geqslant\mu_Y$,$RD(X,Y)=RD(Y,X)$ 的充分必要条件为 $\mu_X=\mu_Y$;$RD(X,Y)>RD(Y,X)$ 的充分必要条件为 $\mu_X>\mu_Y$。

定理5、定理6表明,群间相对剥夺和两个群样本的均值有一定的关系,即如果两个群样本的均值相等,则这两个群的群间相对剥夺也相等,反过来也成立;如果一个群样本的均值大于另一个群样本的均值,则均值高的群对均值低的群的剥夺大于均值低的群对均值高的群的剥夺,反过来也成立。把群 $X$ 和群 $Y$ 的群间的收入差距分解为 $X$ 对 $Y$ 的相对剥夺 $RD(X,Y)$ 和 $Y$ 对 $X$ 的相对剥夺 $RD(Y,X)$ 两个指标,具有十分重要的现实意义。如果 $\mu_X\geqslant\mu_Y$,则 $RD(X,Y)$ 反映了两个群间的差异,而 $RD(Y,X)$ 则反映了两个群间的交错情况;如果两个群是分离的,则 $RD(Y,X)=0$,假如有两个群 $Y_1$ 和 $Y_2$,它们的均值相等,即 $\mu_{Y_1}=\mu_{Y_2}$,根据群 $X$ 与群群 $Y_1$ 和 $Y_2$ 的分离状况,群间相对剥夺的结果也是不一样的,假如群 $X$ 与群 $Y_1$ 分离,群 X 与群 $Y_2$ 交错,则 $RD(X,Y_1)=1-(\mu_{Y_1}/\mu_X)$,$RD(X,Y_2)>1-(\mu_{Y_2}/\mu_X)=1-(\mu_{Y_1}/\mu_X)$,而 $RD(Y_1,X)=0$,$RD(Y_2,X)>0$,这一结果是采用均值比较来分析群间差距所不能得出的。

政府收入分配政策的一个重要目标是降低不同群体间的收入差距,特别是垄断行业和非垄断间的收入差距,那么哪些措施能够降低不同群间的收入差距呢?下面就进行具体的分析。

定理7:假设群 $X$ 和群 $Y$ 的均值分别为 $\mu_X$ 和 $\mu_Y$,$\mu_X>\mu_Y$,则提高低收入群体 Y 中个体收入的任何措施,都会降低群 $X$ 对群 $Y$ 的相对剥夺。

证明:根据群间相对剥夺的定义 $RD(X,Y)=\sum_{k=1}^{m}RD(X,y_k)/m$,假设群 $Y$ 中个体 $k$ 的收入增加了 $y_0$,其他收入不变,由此得到的收入集合为 $Y_0$,则任给 $1\leqslant i\leqslant m,i\neq k$,都有 $RD(X,y_i)$ 保持不变,但是 $RD(X,y_k)$ 一定会降低,其原因可以归结为两个效应:一个效应是群 $X$ 中收入超过 $y_k+y_0$ 的样本数可能会减少,另一个效应是对任意收入超过 $y_k+y_0$ 的个体 $j$,$AD_{XY_0}(x_i,y_k+y_0)<AD_{XY}(x_i,y_k)$。综合这两个效应,有 $RD(X,Y_0)<RD(X,Y)$。如果一个收入政策使得群 $Y$ 中收入增加的个体不止一个,则对所有收入增加的个体 $k$,均有 $RD(X,y_k)$ 一定会降低,所以群 $X$ 对群 $Y$ 的相对剥夺也会降低。

除了提高低收入群体的收入可以达到降低群间的收入差距外,还有一种措施可以达到降低群间收入差距的目的,那就是改变低收入群体的收入分配状况。这一点虽然现在不能给出证明,但可以通过一个例子加以说明。

假设群 $X$ 中有一个个体,收入为10 000,群 $Y$ 中有两个个体收入分别为12 000和6 000,则 $\mu_X>\mu_Y$,假如我们对群 $Y$ 的收入分布做如下改变:高收入者收入降低1 000,低收入者收

入增加1 000，这样得到的收入集合为 $Y_0$。显然，$Y_0$ 的分配状况比 $Y$ 要好，而且 $\mu_{Y_0}=\mu_Y$；但是，$RD(X,Y)=0.2$，$RD(X,Y_0)=0.15$。这样就通过调节低收入者的收入分配状况，达到了降低群间收入差距的目的。这个结论也不是使用两个群的均值比作为度量群间收入差距的方法所能得出的。

定义 3：如果 $RD(X,Y)\geqslant RD(Y,X)$，则称群 $X$ 对群 $Y$ 相对剥夺占优，或群 $X$ 相剥夺占优群 $Y$，记为 $X\geqslant_{RD}Y$。

定理 8：群间的相对剥夺关系是一个偏序关系。

说明：(1)当 $X=Y$ 时，$RD(X,Y)=RD(Y,X)=G_X=G_Y$，其中：$G_X$ 和 $G_Y$ 分别为群 X 和群 Y 的基尼系数，所以群间的相对剥夺关系满足自反性；(2)当 $X\neq Y$ 时，如果群 $X$ 对群 $Y$ 相对剥夺占优，则有 $RD(X,Y)>RD(Y,X)$，那么，群 $Y$ 不对群 $X$ 相对剥夺占优；所以，群间的相对剥夺关系满足反对称性；(3)如果群 $X$ 对群 $Y$ 相对剥夺占优，群 $Y$ 对群 $Z$ 相对剥夺占优，则有 $RD(X,Y)\geqslant RD(Y,X)$，$RD(Y,Z)\geqslant RD(Z,Y)$，根据定理 6 可知 $\mu_X\geqslant\mu_Y$，$\mu_Y\geqslant\mu_Z$，所以 $\mu_X\geqslant\mu_Z$，再根据定理 6 可知 $RD(X,Z)\geqslant RD(Z,X)$；所以，群间的相对剥夺关系满足传递性。一个关系如果满足自反性、反对称性和传递性，则该关系就是偏序关系。所以群间的相对剥夺关系是偏序关系。

定理 9：群间的相对剥夺 $RD(X,Y)$ 满足线性齐次性。

证明：假设 $\lambda>0$，由于当群 $X$ 和群 $Y$ 中每个个体的收入都变为原来的 $\lambda$ 倍时，则其均值也变为原来的 $\lambda$ 倍，且 $RD(X,Y)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in B_k(x)}AD_{XY}(x_i,y_k)/mn\mu_X$，所以 $RD(\lambda X,\lambda Y)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in B_k(\lambda x)}AD_{XY}(\lambda x_i,\lambda y_k)/mn\lambda\mu_X=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in B_k(\lambda x)}\lambda AD_{XY}(x_i,y_k)/mn\lambda\mu_X=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in B_k(\lambda x)}AD_{XY}(x_i,y_k)/mn\mu_X=RD(X,Y)$。

定理 10：群间相对剥夺 $RD(X,Y)$ 满足加和可分解性。即对所有的 $X_1,X_2\subseteq X$，使得 $X_1\cap X_2=\Phi$ 并且 $X_1\cup X_2=X$，那么 $RD(X,Y)=\theta_1RD(X_1,Y)+\theta_2RD(X_2,Y)$。

证明：根据群 $X$ 对群 $Y$ 中个体 $k$ 的加和可分性可得 $RD(X,y_k)=\theta_1RD(X_1,y_k)+\theta_2D(X_2,y_k)$，所以 $RD(X,Y)=\sum_{k=1}^{m}(\theta_1RD(X_1,y_k)/m+\theta_2RD(X_2,y_k))=\sum_{k=1}^{m}\theta_1RD(X_1,y_k)/m+\sum_{k=1}^{m}\theta_2RD(X_2,y_k)/m=\theta_1\sum_{k=1}^{m}RD(X_1,y_k)/m+\theta_2\sum_{k=1}^{m}RD(X_2,y_k)/m=\theta_1RD(X_1,Y)+\theta_2RD(X_2,Y)$。

定理 11：群间的相对剥夺 $RD(X,Y)$ 满足焦点性公理，即 $RD(X,Y)$ 与 $X$ 中收入比 $Y$ 中最低收入还低的个体无关，也与 $Y$ 中收入比 $X$ 中最高收入还高的个体无关，也即 $RD(X,Y)=RD(X-Min_X(Y),Y-Max_Y(X))$

证明：当 $i\in Min_X(Y)$，$\forall y_k\in Y$，都有 $AD_{XY}(x_i,y_k)=0$，所以 $RD(X,Y)$ 与 $X$ 中收入比 $Y$ 中最低收入还低的个体无关；当 $k\in Max_Y(X)$ 时，$\forall x_i\in X$，都有 $AD_{XY}(x_i,y_k)=0$，所以 $RD(X,Y)$ 与 $Y$ 中收入比 $X$ 中最高收入还高的个体无关。

## 五、实证分析

(一)数据。本文所用数据来自 CGSS2008 全国调查数据，该调查样本包含 27 个省市的6 000个个体，其中城镇数据3 982个，农村数据2 118个。剔除样本中年职业收入、职业外收入指标值为不知道、拒绝回答和不适用的个体，最终剩余符合要求的城镇数据2 980个、农村数据1 690个。本文中将区域指标为城镇的所有样本个体集合设为群 $U$，将区域指标为农村的所有样本个体集合设为群 $R$。将两个群中分别按年人均收入的递增顺序对群内

个体进行排列。城镇群体和农村群体的十分位数、十分位数对应个体序号及该个体收入见表 1。

**表 1　城镇群体和农村群体的十分位数据特征**

| P | | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 农村 | $k$ | 1 | 170 | 339 | 508 | 677 | 846 | 1 015 | 1 184 | 1 353 | 1 522 | 1 690 |
| | $y_k$ | 200 | 1 000 | 1 500 | 2 000 | 3 000 | 4 000 | 5 000 | 7 200 | 10 000 | 15 000 | 100 000 |
| 城镇 | $j$ | 1 | 299 | 597 | 895 | 1 193 | 1 491 | 1 789 | 2 087 | 2 385 | 2 683 | 2 980 |
| | $x_j$ | 155 | 5 000 | 8 000 | 10 000 | 12 000 | 15 000 | 18 000 | 20 000 | 28 000 | 40 000 | 600 000 |

数据来源:根据 CGSS2008 数据计算得到。

(二)城镇和农村内部的个体相对剥夺。对于每个分位数,我们采用第三部分给出的方法,分别计算与该分位数对应的农村个体被农村群体的相对剥夺和城镇个体被城镇群体的相对剥夺,结果见表 2。

**表 2　对应城镇群体和农村群体十分位数据的相对剥夺**

| P | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $RD(R, y_{ki})$ | 0.9692 | 0.8545 | 0.7931 | 0.7350 | 0.6378 | 0.5593 | 0.4906 | 0.3769 | 0.2658 | 0.1572 | 0 |
| $RD(U, x_{ji})$ | 0.9929 | 0.7655 | 0.6406 | 0.5657 | 0.5047 | 0.4277 | 0.3639 | 0.3262 | 0.2336 | 0.1577 | 0 |

根据表 2 中数据可以得到城镇和农村内部的个体相对剥夺曲线,见图 1 和图 2。

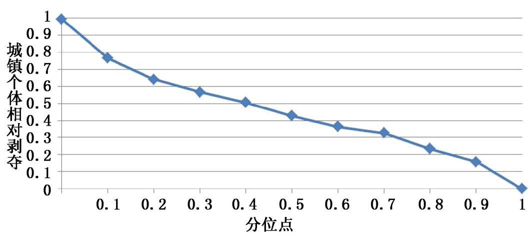


**图 1　城镇内部的个体相对剥夺曲线**

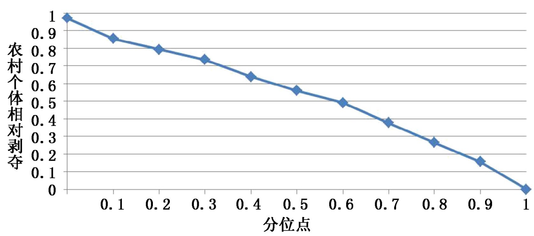


**图 2　农村内部的个体相对剥夺曲线**

从表 2 和图 1、图 2 可知,城镇居民对应各分位数的相对剥夺,从 $p_i=0$ 到 $p_i=0.1$、从 $p_i=0.1$ 到 $p_i=0.2$ 变动幅度很大,均超过了 0.1;从 $p_i=0.9$ 到 $p_i=1$ 变动的幅度也很大,其值超过 0.15,其原因主要是收入变化幅度较大,而其他各阶段变化的幅度都比较小。另一方面,城镇内部的个体相对剥夺曲线上的点大部分落在(0,1)和(1,0)点连线的下方,由于相对剥夺曲线和两个坐标轴围成的面积为基尼系数,说明城镇内部差距的基尼系数小于 0.5;但是农村内部的个体剥夺呈现出和城镇居民明显不同的特点,从 $p_i=0$ 到 $p_i=0.1$ 以及从 $p_i=0.6$ 以后的变动幅度都超过了 0.1,而且农村内部的个体相对剥夺曲线上的点大部分落在(0,1)和(1,0)点连线的上方,说明农村内部差距的基尼系数大于 0.5;从城镇内部和农村内部每一分位数点相对剥夺的数值来看,除个别点外,农村内部的个体相对剥夺要高于城镇内部。

(三)城镇群体对农村个体和农村群体对城市个体的相对剥夺。对于每个分位数,我们采用第三部分给出的方法,分别计算与该分位数对应的农村个体被城镇群体的相对剥夺和城镇个体被农村群体的相对剥夺,结果见表 3。

**表 3　对于每一分位数城镇群体对农村个体和农村群体对城镇个体的相对剥夺**

| P | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $RD(U, y_{ki})$ | 0.9902 | 0.9512 | 0.9271 | 0.9032 | 0.8562 | 0.8104 | 0.7655 | 0.6727 | 0.5657 | 0.4277 | 0.0544 |
| $RD(R, x_{ji})$ | 0.9766 | 0.4913 | 0.3422 | 0.2669 | 0.2220 | 0.1685 | 0.1296 | 0.1073 | 0.0622 | 0.0265 | 0 |

根据表 3 数据可以得到城镇群体对农村个体的相对剥夺曲线和农村群体对城镇个体的相对剥夺曲线,见图 3 和图 4。

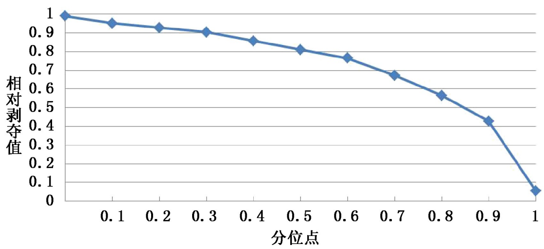


图3　城镇群体对农村个体的相对剥夺曲线

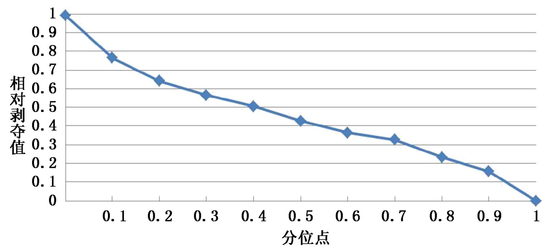


图4　农村群体对城镇个体的相对剥夺曲线

由表3和图3、图4可知，对于每一分位数，城镇群体对农村个体的相对剥夺远远高于农村群体对城镇个体的相对剥夺，其原因在于对每一分位数城镇居民收入比重比该分位数对应的农村居民收入比重都要高；农村对城镇最低收入的个体的相对剥夺很高，达到了0.9766，说明城镇中最低收入也很低，大部分农村居民的收入都高于他，但是对其他每一分位数，农村群体对城镇个体的相对剥夺基本上都大于0（除了 $p_i=1$ 外），但是数值比较小，说明每一分位数上农村居民中收入高于城镇居民收入的比重比较低。

（四）城镇与农村群体的群间剥夺和群内剥夺。利用定理4的推论（14）式和（15）式，我们很容易计算任意两个群间的相对剥夺，采用这两个公式可以计算出城镇和农村群体内部的相对剥夺、城镇对农村的群间相对剥夺以及农村对城镇的群间相对剥夺，见表4。

表4　不同群体间的相对剥夺

| 相对剥夺 | 农村 | 城市 |
|---|---|---|
| 农村 | 0.542689 | 0.223951 |
| 城市 | 0.748796 | 0.452422 |

注：位置 $(i,j)$ 表示群 $i$ 对群 $j$ 的相对剥夺，如果 $i=j$ 则表示群 $i$ 的基尼系数。

从表4可知，农村居民内部收入差距较大，基尼系数达到了0.542689，城镇居民内部收入差距略小于农村居民，基尼系数为0.452422。城镇对农村的相对剥夺达到了0.748796，处于一个较高的水平，然而农村居民对城镇居民的相对剥夺则较小，仅为0.223951，而且城镇居民对农村居民的相对剥夺远远高于农村居民对城镇居民的相对剥夺，说明城镇居民的总体收入水平远远高于农村居民，农村居民的收入水平要赶上城镇居民还有一个很长的路要走。

## 六、结论及未来展望

本文在已有研究的基础上，对不同群间的个体进行比较，分别研究了群间个体绝对剥夺、群间个体相对剥夺、不同群间总剥夺测度的性质、公理化特征及其具体形式，并将相对剥夺曲线扩展到不同群之间，给出了一个群相对于另一个群的相对剥夺曲线的绘制方法。与以往研究成果相比，本文在以下方面取得一定进展：第一，将参照群的思想集成到群间剥夺的测度模型中，形成了统一的分析框架，得到了一个群对另一个群中个体的绝对剥夺测度公式，并证明一个个体剥夺函数如果满足聚焦性公理、平移不变性公理、线性齐次性公理、加和可分性公理及正规化公理，则该函数就是我们给出的个体绝对剥夺函数，在上述框架下群内个体绝对剥夺只是个体所在群和参照群相同时的一个特例；第二，在群间个体绝对剥夺的基础上给出了群间个体相对剥夺的测度公式并分析了其性质，以此为基础，将Kakwani的相对剥夺曲线理论扩展到不同群之间，绘制出群间相对剥夺曲线；第三，给出一个群对另一个群相对剥夺的计算公式（此时群内不平等指标——基尼系数只是两个群相等时群间相对剥夺的一个特例），并对群间相对剥夺的性质进行了详细的探讨，该研究使我们对群间的收入差距有了更进一步的认识，与

平均收入比这一指标相比,两个群体之间的相对剥夺更能反映群间的收入差距,平均收入高的群体对平均收入低的群体的相对剥夺反映了高收入群体和低收入群体间的收入差异状况,而平均收入低的群体对平均收入高的群体的相对剥夺则反映了两个群间的收入交错状况,后者更为重要,在一定程度上代表了低收入群体的希望,也是调节群间收入差距应重点关注之所在,任何提高低收入群体中个体收入的措施,都会降低高收入群体和低收入群体的群间收入差距;第四,利用 CGSS2008 全国调查数据,绘制了城镇内部、农村内部、城镇对农村和农村对城镇的相对剥夺曲线,并计算了它们总体的相对剥夺,对理论成果进行了实证检验。

尽管研究得到了一些进展,但仍有一些问题需要进一步研究,特别是群间个体绝对剥夺除以参照群的收入均值得到群间个体相对剥夺的做法缺乏强有力的理论支撑,但却是目前最好的处理方法,其特例 *Kakwani* 指数由于不满足平移不变性和焦点性公理也得到了很多学者的批评。因此,如何得到一个具有"更好"的个体相对剥夺测度成为未来有待解决的一个重要课题。

**参考文献:**

[1]洪兴建.一个新的基尼系数子群分解公式——兼论中国总体基尼系数的城乡分解[J].经济学季刊,2009,(1):307-324.

[2]任国强,尚金艳.基于相对剥夺理论的基尼系数子群分解方法研究[J].数量经济技术经济研究,2011,(8):103-114.

[3]Berrebi Z M, Silber J. Income inequality indices and deprivation:A generalization [J].Quarterly Journal of Economics, 1985, 100(3):807-810.

[4]Bossert W, D'Ambrosio C.Reference groups and individual deprivation[J].Economics Letters, 2006, 90(3):421-426.

[5]Bylsma W H, Major B. Social comparisons and contentment: Exploring the psychological costs of the gender wage gap[J]. Psychology of Women Quarterly, 1994, 18(2):241-250.

[6]Chakravarty S R, Chakraborty A B. On indices of relative deprivation [J]. Economics Letters, 1984, 14(2/3): 283-287.

[7]Chakravarty S R, Mukherjee D.Measures of deprivation and their meaning in terms of social satisfaction [J], Theory and Decision,1999,47(1):89-100.

[8]Ebert U,Moyes P.An axiomatic characterization of Yitzhaki's index of individual deprivation[J].Economics Letters, 2000, 68(3):263-270.

[9]Eibner C E, Evans W N. Relative deprivation, poor health habits and mortality [J]. The Journal of Human Resources, 2005,40(3):591-620.

[10]Esposito L. Upper boundedness for the measurement of relative deprivation [J]. Review of Income and Wealth, 2010, 56(3):632-639.

[11]Ferrer-i-Carbonell A.Income and well-being:An empirical analysis of the comparison income effect[J]. Journal of Public Economics, 2005, 89(5-6):997-1019.

[12]Frank R H. Falling behind:How rising inequality harms the middle class [M]. Berkeley: University of California Press,2007.

[13]Cowell F A,Ebert U. Complaints and inequality[J].Social Choice and Welfare ,23(1):71-89.

[14]Heather J S, Thomas F P, Gina M P,et al. Relative deprivation: A theoretical and meta-analytic review [J]. Personality and Social Psychology Review, 2011, 16(3):203-232.

[15]Kakwani N. The relative deprivation curve and its applications [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 1984, 2(4):384-394.

[16]Lhila A, Simon K I. Relative deprivation and child health in the USA [J].Social Science and Medicine,

2010,71(4):777—785.

[17]Imedio-Olmedo L J,Parrado-Gallardo E M,Bárcena-Martin E. Income inequality indices interpreted as measures of relative deprivation/Satisfaction[J]. Social Indicators Research,2012,109(3):471—491.

[18]Bárcena-Matin E,Imedio-Olmedo L,Martin-Reyes G. Inequality and deprivation within and between groups: An illustration of European Union countries [J]. Journal of Economic Inequality, 2007, 5(3):323—337.

[19]Podder N. Relative deprivation, envy and economic inequality [J]. Kyklos,1996, 49(3):353—376.

[20]Paul S. An index of relative deprivation[J]. Economics letters, 1991, 36(3):337—341.

[21]Runciman W G. Relative deprivation and social justice:A study of attitudes to social inequality in twentieth-century England [M]. Berkeley: University of California Press,1966.

[22]Silber J, Verme P. Distributional change, reference groups and the measurement of relative deprivation [J]. Research on Economic Inequality, 2010,18(1):197—217.

[23]Silber J,Verme P. Relative deprivation, reference groups and the assessment of standard of living [J], Economic Systems, 2012, 36(1):31—45.

[24]Stouffer S A,Suchman E A , De Vinney L C, Star S A, Williams R M.The American soldier: Adjustment during army life [M].Princeton, NJ:Princeton University Press,1949.

[25]Yitzhaki S. Relative deprivation and the Gini coefficient [J]. The Quarterly Journal of Economics,1979, 93(2):321—324.

# Reference Groups and Intergroup Relative Deprivation: Theoretical and Empirical Analysis

REN Guo-qiang[1,2],SHANG Ming-wei[2],PAN Xiu-li[2]

(1.*Nankai Institute of Economics*, *Nankai University*, *Tianjin* 300071, *China*;

2. *School of Management*, *Tianjin University of Technology*, *Tianjin* 300384, *China*)

**Abstract**: The research on the measurement of relative deprivation has been an important topic of investigation in academia since Runciman proposed the concept of relative deprivation in 1966. However, existing researches pay so much attention to relative deprivation within groups but little attention to intergroup deprivation. By establishing a comparative group, this paper constructs a unified analytical framework of the measurement of individual deprivation based on the idea of integrated reference group and obtains the measurement of intergroup individual absolute and relative deprivation. Then it provides the method of drawing the curve of relative deprivation between different groups and characterizes the aggregated intergroup relative deprivation. Finally, it uses the data of CGSS2008 to do the empirical analysis. This paper expands the measurement of relative deprivation from within-group to intergroup, makes up the shortcomings of the research on the measurement of intergroup relative deprivation and enlarges the application scope of relative deprivation theory.And it confiems that existing measurement of relative deprivation is just a special example with two equal groups.

**Key words**: intergroup relative deprivation; reference group; axiomatic feature; individual absolute deprivation; individual relative deprivation (责任编辑 许 柏)