

多维贫困测度方法研究

尚卫平,姚智谋

(南京财经大学 经济学院,江苏 南京 210003)

摘要:贫困应该表现为福利的缺乏,而不仅仅表现为收入或消费的不足。福利是一个多维概念。将贫困视为多维概念,要求在其程度的测度上对每个选中的福利变量均确定其阈值,即贫困表现为一个人有某个福利特征值小于相应的阈值。据此,文章讨论总结了多维贫困程度测度指标的性质,论证了该指标的可分解性,指出了该指标优于人文发展指数等指标的特点。最后,给出了该指标的一种具体表现形式,并利用该形式进行了国家间贫困程度的比较分析。

关键词:贫困;福利;庇古·戴尔顿累进变换;人文发展指数

中图分类号:F061.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-9952(2005)12-0088-07

一、多维贫困概念的由来

长期以来,贫困被理解成为一个一维概念,仅指经济上的贫困,依据一个人维持生计所需的最低收入或消费水平即贫困线(阈值)作为是否贫困的标准。如世界银行曾根据33个发展中国家贫困状况的研究结果,规定一天一美元作为极端贫困(extreme poverty)的标准和一天二美元作为贫困(poverty)的标准。后来,理论界有人提出贫困应该表现为福利的缺乏。一些福利的获得决定于其收入水平,而另一些福利的享用,如一些公共产品的享用、在存在配给制的社会里的住房供给等,都与货币变量无关。可见,福利是个多维概念,除由收入水平决定外,还可能包含公共产品的提供、住房供给、扫盲和平均寿命等。相应地,贫困也是一个多维概念。目前,在多维贫困的测度上,是通过设计一个综合指标或指数来涵盖福利的几个主要方面,就这个指标或指数确定一个贫困线作为测度贫困的标准。如联合国开发计划署于1990年推荐的人文发展指数、美国海外发展委员会于1975年提出的生活质量指数和美国宾夕法尼亚大学R. J. 埃斯特斯于1991年在《世界社会发展报道卡片》中给出的社会进步指数都是从不同的角度来反映福利的指数,其中人文发展指数

收稿日期:2005-09-16

作者简介:尚卫平(1960—),男,安徽当涂人,南京财经大学经济学院教授;

姚智谋(1967—),女,江苏南通人,南京财经大学经济学院讲师。

(HDI)是由出生时的预期寿命、成人识字率和以购买力平价折算的实际人均国内生产总值三项指标合成的。

笔者认为,以一个由若干经济变量及其他福利变量合成的综合指标或指数及其相应确定的一条贫困线来测度贫困,其实质仅是在比收入贫困更广的意义上界定贫困,即拓展了贫困的外延,但仍然是将贫困视为一个一维概念。将贫困视为一个多维概念要求对每个选中的福利变量均确定相应的贫困线,一个人当他有一个福利特征值低于相应贫困线时,他就属于贫困人口(否则,年老的乞丐也不属于贫困了,这显然是不合理的),即多维贫困应被定义为一个人有某个福利特征值小于相应的阈值。可见,有必要重新研究多维贫困测度指标。

二、多维贫困测度指标的性质

假设取 m 个福利特征来反映福利,相应的阈值向量为 $Z=(z_1, z_2, \dots, z_m)$ 。一组 n 个人(考察单位): x_1, x_2, \dots, x_n , 第 i 个人的第 j 个福利特征为 $x_{ij}(i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$, 即 $x_i=(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ 。由元素 x_{ij} 构成的矩阵称为这 n 个人的福利特征矩阵 X , 即:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix}$$

如果某个 $x_{ij} < z_j$, 则说第 i 个人关于第 j 个福利特征是贫困的, 或说 j 是 i 的贫困福利特征, 当然第 i 个人属于贫困人口; 否则, 说第 i 个人关于第 j 个福利特征是非贫困的, 或说 j 是 i 的非贫困福利特征。

用 $p(X; Z)$ 来表示这一组 n 个人在阈值向量 Z 下的贫困程度即多维贫困测度指标, 笔者认为该指标 $p()$ 应具有以下性质:

1. 一致性。若福利特征矩阵 \tilde{X} 是 X 的一次重新行排列, 那么 $p(\tilde{X}; Z) = p(X; Z)$ 。

2. 连续性, 即 $p(X; Z)$ 是关于 X 连续的。从而保证指标 p 对于 X 的微小观察误差不致过于灵敏。

3. 不变性。福利特征值与相应阈值同时等额扩大, 即若 $X' = X\lambda, Z' = Z\lambda$, 其中 $\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 是对角矩阵, $\lambda_i > 0$, 那么 $p(X'; Z') = p(X; Z)$ 。这是由贫困是一个相对概念决定的。

4. 可分性。若对考察人群分组, 则总的贫困程度指标是各组贫困程度指标的加权平均(以各组人口比重为权数), 即 $p(X^1, X^2, \dots, X^k; Z) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} p(X^i; Z)$, n_i 为与 X^i 相对应的组人口数, n 为总人口数。从而使贫困程度指标便于进行贫困

问题的构成分析。

5. 随贫困福利特征状况的改善而下降,但不受非贫困福利特征状况的改善而影响。假设福利特征矩阵 X 是由 Y 经过以下变换得到的,若 j 是 i 的一个贫困福利特征即 $y_{ij} < z_j$, 则, $x_{ij} = y_{ij} + \delta, \delta > 0$, 而福利特征矩阵 X 与 Y 中的其余元素相等即 $x_{rs} = y_{rs}$ (当下标 $(r, s) \neq (i, j)$ 时), 那么 $p(X; Z) < p(Y; Z)$; 若 j 是 i 的一个非贫困福利特征即 $y_{ij} \geq z_j$, 则 $x_{ij} = y_{ij} + \delta, \delta > 0$, 而福利特征矩阵 X 与 Y 中的其余元素相等即 $x_{rs} = y_{rs}$ (当下标 $(r, s) \neq (i, j)$ 时), 那么, $p(X; Z) = p(Y; Z)$ 。

6. 经过庇古·戴尔顿累进变换而下降。福利特征矩阵 X 是由 Y 经过一次庇古·戴尔顿累进变换而得到,是指若就福利特征 j 而言, t 比 i 更贫困即 $y_{tj} < y_{ij}$, t 在 j 上的增量正好等于 i 在 j 上的减量即 $x_{tj} - y_{tj} = y_{ij} - x_{ij} > 0$, 且保持 t 比 i 更贫困 $x_{tj} \leq x_{ij}$; 矩阵 X 中其余元素与矩阵 Y 的相应元素相等即 $x_{kj} = y_{kj} (k \neq i, t), x_{rk} = y_{rk} (k \neq j)$ 。那么, $p(X; Z) \leq p(Y; Z)$ 。

性质 5 和性质 6 都说明,降低社会的贫困程度只有通过努力提高贫困人口享受的福利水平,进而缩小社会成员享受的福利水平的差距,而不能依靠提高富人享受的福利水平,借此增加社会福利总量的方式来达到。

三、多维贫困测度指标的分解式

显然,根据性质 4 得到: $p(X; Z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p(x_i; Z)$, 其中 $p(x_i; Z)$ 是第 i 个人 x_i 的贫困测度指标。

进一步,如果 $p(x_i; Z) = p(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}; Z)$ 将 $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$ 具有连续的偏导数,则 $p(x_i; Z) = \sum_{j=1}^m p^j(x_{ij}; z_j)$, 其中, $p^j(x_{ij}; z_j)$ 是就福利特征 j 第 i 个人在阈值 z_j 下的贫困程度。

为了简单起见,在下面的证明中记 $p(X; Z)$ 为 $p(X)$ 。

任意取定一个福利特征 j ,不妨设 $x_{ij} \leq x_{tj}$, 令 $y_k = (x_{k1}, \dots, x_{kj}, \dots, x_{km}), (k \neq t, i); y_t = (x_{t1}, \dots, x_{tj-1}, x_{tj} - \epsilon, x_{tj+1}, \dots, x_{tm}), y_i = (x_{i1}, \dots, x_{i,j-1}, x_{i,j} + \epsilon, x_{i,j+1}, \dots, x_{im})$, 即福利特征矩阵 Y 与 X 分别为:

$$Y = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{t1} & \dots & x_{tj} - \epsilon & \dots & x_{tm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{i,j} + \epsilon & \dots & x_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{t1} & \dots & x_{tj} & \dots & x_{tm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix}, \text{其中 } \epsilon > 0$$

根据性质 6, $p(Y) - p(X) \geq 0$
 $p(y_i) + p(y_i) - p(x_i) - p(x_i) \geq 0$
 $p(x_{i1}, \dots, x_{ij} + \epsilon, \dots, x_{im}) - p(x_{i1}, \dots, x_{im}) - (p(x_{i1}, \dots, x_{im}) - p(x_{i1}, \dots, x_{ij} - \epsilon, \dots, x_{im})) \geq 0$
 令 $\epsilon \rightarrow 0$, 则 $p_j(x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im}) - p_j(x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im}) \geq 0$ (1)

对所有的 $x_{ik}, x_{tk} (k \neq j); x_{ij} \leq x_{tk}$ 成立, 其中 $p_j(\)$ 是 $p(\)$ 对第 j 个变量的偏导数。

现定义: $u(s_j) = \text{Max}_{s_k, k \neq j} p_j(s_1, \dots, s_j, \dots, s_m) \quad s_k \in [0, \infty), k \neq j$

$d(s_j) = \text{Min}_{s_k, k \neq j} p_j(s_1, \dots, s_j, \dots, s_m) \quad s_k \in [0, \infty), k \neq j$

根据式(1), $d(x_{ij}) - u(x_{ij}) \geq 0$, 对所有的 $x_{ij} \leq x_{tk}$ 成立 (2)

但根据其定义, 应有: $d(x_{ij}) - u(x_{ij}) \leq 0$ 对所有的 x_{ij} 成立

$d(x_{ij}) - u(x_{ij}) \leq 0$ 对所有的 x_{ij} 成立 (3)

若令 $x_{ij} \rightarrow x_{tk}$, 由式(2)和式(3)必得出: $u(s_j) = d(s_j)$, 对所有的 s_j 成立。就是说, $p_j(s_1, \dots, s_j, \dots, s_m)$ 与 $s_1, \dots, s_{j-1}, s_{j+1}, \dots, s_m$ 无关, 仅与 s_j 有关。而 j 本身是任意取定的, 从而 $p(s_1, s_2, \dots, s_m) = p^1(s_1) + p^2(s_2) + \dots + p^m(s_m)$ 。

至此, 得到贫困程度指标的分解式:

$$P(X; Z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p^j(x_{ij}; z_j)$$

四、一种多维贫困测度指标的具体形式

就福利特征 j 第 i 个人的贫困程度 $p^j(x_{ij}; z_j)$ 是由 x_{ij}/z_j 决定的, 从而我们不妨假设 $p^j(x_{ij}; z_j) = \varphi_j(x_{ij}/z_j)$ 。函数 $\varphi_j(u) (u \in [0, +\infty))$ 的选取应满足:

1. $\varphi_j(u) = 0$, 当 $u \geq 1$ 时。这是由性质 5 得到的。由此可知, 贫困程度指标属于定距测度, 其大小只具有相对意义, 而无绝对意义。这也符合贫困的相对性。

2. $\varphi_j(u)$ 是关于 u 在区间 $[0, 1)$ 上的严格减函数, 即若 $0 \leq u_1 < u_2 < 1$, 则 $\varphi_j(u_1) > \varphi_j(u_2)$ 。

根据简单、适用的原则, 这里取:

$\varphi_j(u) = \text{Max}(0, 1 - u)$

于是有: $p^j(x_{ij}; z_j) = \text{Max}\left(0, 1 - \frac{x_{ij}}{z_j}\right)$

即: $p(X; Z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \text{Max}\left(0, 1 - \frac{x_{ij}}{z_j}\right)$

通常不同福利特征在反映福利上的地位

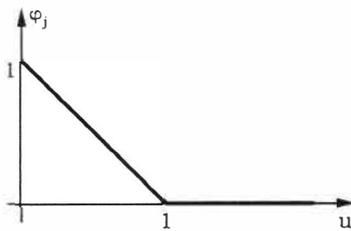


图 1 φ_j 、 u 函数关系

未必相等,从而需要赋予它们不同的权数,即实际上我们取:

$$p^j(x_{ij}; z_j) = w_j \varphi_j(x_{ij}/z_j) = w_j \text{Max}\left(0, 1 - \frac{x_{ij}}{z_j}\right) \quad \left(\sum w_j = 1\right)$$

$$\text{即: } p(X; Z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_j \text{Max}\left(0, 1 - \frac{x_{ij}}{z_j}\right)$$

五、利用多维贫困测度指标进行实证分析

本文以人文发展指数来反映福利,即取出生时的预期寿命、成人识字率和人均实际国内生产总值三项指标作为福利特征,利用联合国开发计划署最新发布的《人文发展报告》中的各国人文发展指数细目资料^①,采用上述多维贫困模型分析比较了亚洲、非洲、欧洲、大洋洲、北美洲和南美洲六大洲 1998 年、1999 年和 2000 年的贫困程度。进一步,就 2000 年数据资料对上述模型 $p(X; Z)$ 与人文发展指数 HDI 两种反映福利的方法进行了对比分析。

在预期寿命、成人识字率和人均实际 GDP 三个福利特征阈值的确定上,笔者注意到:

1. 1991 年国家统计局依据国务院提出的我国小康社会的内涵,将成人识字率达 85%、人均预期寿命达 70 岁作为我国小康社会 16 个基本标准或阈值中的 2 个指标。

2. 美国经济学家 J. 明瑟认为^②:80%的成人识字率是经济起飞的条件,而 95%的成人识字率是经济持续起飞和走向高消费社会的必要前提。

3. 联合国经济合作与发展组织在 1976 年组织了对其成员国的一次大规模调查后提出了一个贫困标准,即以一个国家或地区社会中位收入或平均收入的 50%作为这个国家或地区的贫困线,这就是后来被广泛运用的国际贫困标准^③。

据此,并考虑小康、温饱和贫困的递阶落差,本文取成人识字率的贫困阈值为 75%、人均预期寿命的贫困阈值为 60 岁。根据各国人均实际国内生产总值的中位水平,取人均实际国内生产总值的贫困阈值,1998 年为 2 348 国际元、1999 年为 2 534 国际元和 2000 年为 2 850 国际元。

非洲、亚洲、欧洲、大洋洲、南美洲、北美洲六大洲三年的贫困程度见表 1 所示。

由表 1 可知:

1. 非洲的贫困程度最高,远高于其他五大洲,亚洲次之。欧洲的贫困程度最低,而大洋洲、北美洲和南美洲的贫困程度呈上升态势,尤其是大洋洲的贫困程度上升较快。

2. 从权数相等与权数不相等时的对应指标看,非洲和大洋洲的各年指标变动都不成比例,非洲 1999 年对比 1998 年和大洋洲 2000 年对比 1999 年贫

困程度上升的主要原因都是该年人均实际国内生产总值相对下降,即主要是由经济原因所致。

表 1 1998 年、1999 年和 2000 年六大洲贫困程度 单位: %

地区	指标 年	预期寿命、成人识字率和 人均实际 GDP 权数相等			预期寿命、成人识字率和人均实际 GDP 权数之比为 1 : 1 : 2		
		1998	1999	2000	1998	1999	2000
非洲		23.30	23.74	22.62	26.82	27.93	26.53
亚洲		9.28	8.87	9.35	10.35	10.06	10.82
北美洲		3.33	3.60	3.92	3.52	3.95	4.50
大洋洲		1.24	1.85	2.69	0.93	1.72	3.02
南美洲		0.74	0.84	1.18	1.37	1.51	2.30
欧洲		0.39	0.42	0	0.59	0.63	0

在利用 2000 年数据资料对上述理论模型 $p(X;Z)$ 与人文发展指数 HDI ^④ 两种方法进行对比分析中,笔者注意到:一是人文发展指数 HDI 是正指标,多维贫困模型 $p(X;Z)$ 是逆指标,因此这里实际上是将 $p(X;Z)$ 与 $I=1-HDI$ 进行对比;二是在反映福利(贫困)程度上两个指标提供的都是定距数据,指标值不便直接对比,因此这里笔者以非洲指标值为基数(100)对其他五大洲指标值进行了换算。所得的详细数据资料见表 2。

表 2 2000 年六大洲贫困程度两类指标测算对照表

指标/地区	非洲	亚洲	北美洲	大洋洲	南美洲	欧洲
$p(X;Z)$	100	41.3	17.3	11.9	5.2	0
$I=1-HDI$	100	62.3	54.4	48.4	36.7	30.7

由表 2 容易看出,多维贫困模型和人文发展指数测算的六大洲贫困程度在方向上保持一致,均为非洲贫困程度最高,亚洲次之,欧洲贫困程度最低。但多维贫困模型测算的各洲贫困程度之间的差距明显大于由人文发展指数测算的差距。其中主要原因是,在多维贫困模型中,由模型的性质(性质 5)和函数 $\varphi_1(u)$ 的性质决定了非贫困福利特征与贫困福利特征在对模型 $p(X;Z)$ 量的影响上是相对独立的和不可替代的,非贫困福利特征不能给贫困福利特征“补给”,不能与贫困福利特征“平均”。而人文发展指数是由预期寿命、成人识字率和实际人均 GDP 三项福利特征合成的,不同福利特征之间存在替补或“平均”,并且这种“替补”的程度在各洲之间一般不等,三项福利特征表现差距相对大的洲,“替补”的程度高,反之则低。可见,三项福利特征对人文发展指数的影响不是独立的,从而在一定程度上缩小了各洲之间贫困程度的差距。

笔者认为,不同的福利特征代表福利的不同方面,表现福利的不同内涵的规定性,因此其量上不具有替代性,不能“平均”。因此,在反映福利(贫困)方面,上述多维模型比人文发展指数等一维模型更为科学,由前者得出的结论更符合实际。

注释:

- ① <http://www.stats.gov.cn/tjsj/qtsj/index.htm>, 国际统计数据。
- ② <http://www.edu.cn/20011008/3003905.shtml>, 20世纪末国际教育现代化水平。
- ③ 莫泰基:《香港贫穷与社会保障》,香港,中华书局,1993年版。
- ④ 人文发展指数 HDI 的计算方法参见钱伯海主编:《国民经济统计学》中国统计出版社 2000年5月版,第368页。为了与 HDI 保持一致,多维贫困模型中各福利特征取等权重。

参考文献:

- [1] Ravallion M. Issues in measuring and modelling poverty[J]. *Economic*, 1996, 106:1328~1343.
- [2] Bourguignon F, Fields G S. Discontinuous losses from poverty, generalized p_α measures, and optimal transfers to the poor[J]. *Public Economics*, 1997, 63:155~175.
- [3] Chakravarty S R, Mukherjee D, Ranade R. On the family of subgroup and factor decomposable measures of multidimensional poverty[J]. *Research on Economic Inequality*, 1998, (8):175~194.
- [4] Duclos J-Y, Sahn D, Younger S. Robust multi-dimensional poverty comparisons [M]. Cornell University, Mimeo, 2001.
- [5] Francois Bourguignon, Satyar Chakravarty. The measurement of multidimensional poverty[J]. *Journal of Economic Inequality*, 2003, (1):25~49.

The Research of Method in Multidimensional Poverty Measure

SHANG Wei-ping, YAO Zhi-mou

(School of Economics, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210003, China)

Abstract: Poverty refers to short of welfare, not only short of income and consumption. Welfare is a multidimensional concept, so poverty is also a multidimensional one. In order to measure poverty we must make sure of the threshold of selected variables of welfare. The poverty means the eigenvalue of welfare is below the relevant threshold. The paper discusses the property and the form of multidimensional poverty index and analyses the poverty degree among nations.

Key words: poverty; welfare; Pigou-Dalton progressive transfer; Human Development Index

(责任编辑 许 柏)